

Steifigkeiten

Dehnsteifigkeiten

Bei der Berechnung der Dehnsteifigkeiten von BSP-Elementen muss die Schichtorientierung berücksichtigt werden. Somit ergeben sich die Dehnsteifigkeiten in die Richtungen x und y unter der Annahme von $E_{90} = 0$ und bezogen auf die Breite von 1 m nach Glg. \eqref{eq:eqn_cx} bzw. \eqref{eq:eqn_cy}, wobei jeweils nur die Schichtdicken berücksichtigt werden, die in die betrachtete Richtung orientiert sind.



$$\begin{equation} \label{eq:eqn_cx} c_x = E_0 \cdot \sum_{i=1}^{n_x} t_{i,x} \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_cy} c_y = E_0 \cdot \sum_{i=1}^{n_y} t_{i,y} \end{equation}$$

Es bedeuten:

c_x	Dehnsteifigkeit in x-Richtung
c_y	Dehnsteifigkeit in y-Richtung
E_0	Elastizitätsmodul in Faserrichtung
E_{90}	Elastizitätsmodul quer zur Faserrichtung (i. d. R. $E_{90} = 0$)
$t_{i,x}$	Dicke der Schicht i mit Faserrichtung in x-Richtung
$t_{j,y}$	Dicke der Schicht j mit Faserrichtung in y-Richtung

Biegesteifigkeit bei Belastung normal zur Plattenebene

Die Biegesteifigkeit K_{CLT} eines BSP-Elementes wird nach Glg. \eqref{eq:eqn_kclt} berechnet. Die abwechselnde Schichtorientierung und die somit unterschiedlichen Materialeigenschaften sind dabei zu berücksichtigen. Für längslagenorientierte Schichten ($\alpha = 0^\circ$) ist der E-Modul $E_{0,mean}$ und für querlagenorientierte Schichten ($\alpha = 90^\circ$) der E-Modul $E_{90,mean}$ zu verwenden.

Die Querlagen tragen aufgrund des großen Verhältnisses $E_{0,mean} / E_{90,mean} \approx 30$ nur geringfügig zur Biegesteifigkeit bei und daher kann für die Berechnung $E_{90,mean} = 0$ angesetzt werden.



Abb. 1: 5-schichtiger BSP-Querschnitt: Bezeichnungen der Abmessungen und Abstände

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_kclt} K_{CLT} = \sum \{ (E_i \cdot I_i) + \sum \{ (E_i \cdot A_i \cdot e_i^2) \} \} \end{equation}$$

I_i	Eigenträgheitsmoment der Schicht i
E_i	E-Modul der Schicht i , je nach Orientierung E_0 oder E_{90}
A_i	Querschnittsfläche der Schicht i
e_i	Abstand zwischen Schwerpunkt S_i der Schicht i und dem Gesamtschwerpunkt S

Schubsteifigkeit bei Belastung normal zur Plattenebene

Die Schubsteifigkeit S_{CLT} (siehe Glg. \eqref{eq:eqn_sclt}) bei Belastung normal zur Plattenebene ist abhängig von der Schubsteifigkeit des wölbfreien Querschnittes S_{tot} nach Glg. \eqref{eq:eqn_stot} und dem Schubkorrekturfaktor κ nach Glg. \eqref{eq:eqn_kappa}. Für Längslagen ist dabei der Schubmodul $G_{\text{CLT,mean}}$ und für die Querlagen der Rollschuhmodul $G_{\text{r,CLT,mean}}$ zu verwenden.

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_sclt} S_{\{\text{CLT}\}} = S_{\{\text{tot}\}} \cdot \kappa \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_stot} S_{\{\text{tot}\}} = \sum \{ (G_i \cdot b_i \cdot t_i) \} = \sum \{ (G_i \cdot A_i) \} \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_kappa} \kappa = \frac{1}{S_{\{\text{tot}\}}} \cdot \frac{1}{K_{\{\text{CLT}\}}^2} \cdot \int \limits_{\{t_{\{\text{CLT}\}}\}} \{ \{ S^2(z, E(z)) \} \over \{ G(z) \cdot b(z) \} \} \cdot dz \end{equation}$$

G_i	Schubmodul der Schicht i , je nach Orientierung G oder G_r
b_i	Breite der Schicht i
t_i	Dicke der Schicht i
$S(z, E(z))$	Statisches Moment in Abhängigkeit der z -Koordinate
$G(z)$	Schubmodul in Abhängigkeit der z -Koordinate
$b(z)$	Breite des Querschnitts in Abhängigkeit der z -Koordinate

In Abb. 2 ist der Schubkorrekturfaktor in Abhängigkeit des Verhältnisses t_0 / t_{CLT} dargestellt. Es werden die analytische Lösung für 3-, 5- und 7-schichtige Aufbauten sowie die derzeitig am Markt befindlichen BSP-Produkte gegenübergestellt. Durch den Einfluss der schubnachgiebigen Querlagen ist der Schubkorrekturfaktor der derzeitig existierenden BSP-Produkte nahezu konstant und bei einem Verhältnis von $G / G_r = 10$ in etwa $\frac{1}{4}$ eines rechteckigen Querschnittes mit nur Längslagen, wie z.B. Vollholz oder Brettschichtholz.

In der Berechnung des Schubkorrekturfaktors nach Glg. \eqref{eq:eqn_kappa} werden keine unterschiedlichen Brettbreiten und Fugen zwischen den Brettern berücksichtigt. In [1] wird jedoch gezeigt, dass diese beiden Parameter einen Einfluss haben. Der Schubkorrekturfaktor kann sich dadurch um ca. 10 % bis 15 % verringern.



Abb. 2: Schubkorrekturfaktor bei einem Verhältnis $G / G_r = 10$ in Abhängigkeit des Verhältnisses t_0 / t_{CLT} – analytische Lösung und aktuelle Produkte; berechnet mit dem CLTdesigner; t_0 ist die Summe aller Schichtdicken mit $\alpha = 0^\circ$

Schubsteifigkeit bei Belastung in Scheibenebene

Die Schubsteifigkeit c_{xy} einer BSP-Scheibe ergibt sich nach Glg. \eqref{eq:eqn_3} als Produkt des effektiven Schubmoduls G^* und der Gesamtdicke t_{CLT} . Der effektive Schubmodul wird nach Glg. \eqref{eq:eqn_4} berechnet.

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_3} c_{xy} = G^* \cdot t_{\text{CLT}} \end{equation}$$

mit

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_4} \{G^*\} = \frac{\{G_0\}}{1 + 6 \cdot \{p_S\} \cdot \left(\frac{t}{a} \right)^{\{q_S\}}} \end{equation}$$

und $q_s = 1,21$ sowie $p_s = 0,53$ für 3-schichtige und $p_s = 0,43$ für 5- und 7-schichtige BSP-Scheiben (gültig für $G_0 / G_{90} = 10$)

Die Faktoren q_s und p_s wurden im Zuge einer [FE-Studie \[2\]](#) ermittelt und sind u.a. in [ON B 1995-1-1:2014 11 15](#) verankert.

Es bedeuten:

c_{xy}	Schubsteifigkeit einer BSP-Scheibe
G^*	effektiver Schubmodul
G_0	Schubmodul
t_{CLT}	Gesamtdicke der BSP-Scheibe
t	mittlere Schichtdicke ($t = t_{CLT}/n$)
a	Brettbreite (i. Allg. $a = 150$ mm)

Drillsteifigkeit

In [\[2\]](#) wird die Drillsteifigkeit D_{xy} einer homogenen Platte mit orthotropem Material nach Glg. [\eqref{eq:eqn_dxy}](#) angegeben, wobei der Schubmodul G_{xy} über die gesamte Dicke t konstant sein muss. Im Fall von Brettspertholz trifft dies nur für schmalseitenverklebte, völlig rissfreie Produkte zu. Ist dies nicht der Fall, muss eine Abminderung nach Glg. [\eqref{eq:eqn_dxy_stern}](#) bzw. [\eqref{eq:eqn_kappa_clt_p}](#) in Abhängigkeit der Schichtanzahl und der Brettgeometrie vorgenommen werden. Diese Abminderungsfunktion wurde in [\[2\]](#) anhand einer FE-Studie ermittelt. Die Parameter p und q sind der Tab. [1](#) zu entnehmen. Für Platten mit unterschiedlichen Schichtdicken kann näherungsweise mit einer mittleren Schichtdicke gerechnet werden.

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_dxy} \{D_{xy}\} = \{G_{xy}\} \cdot \frac{\{t_{CLT}\}^3}{12} \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_dxy_stern} D_{xy}^* = \{\kappa_{CLT,P}\} \cdot \{D_{xy}\} \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_kappa_clt_p} \{\kappa_{CLT,P}\} = \frac{1}{1 + 6 \cdot \{\alpha_{FIT}\} \cdot \left(\frac{t}{a} \right)^2} \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_alpha_fit} \{\alpha_{FIT}\} = p \cdot \left(\frac{t}{a} \right)^q \end{equation}$$

D_{xy}	Drillsteifigkeit einer homogenen Platte mit orthotropem Material oder schmalseitenverklebte BSP-Platten ohne Risse
D_{xy}^*	reduzierte Drillsteifigkeit für BSP-Platten ohne Schmalseitenverklebung
$\kappa_{CLT,P}$	Reduktionsfaktor zur Abminderung der Plattendrillsteifigkeit
t	Brettdicke
a	Brettbreite

Tab. 1: Anpassungsparameter p und q für 3-, 5- und 7-schichtige BSP-Elemente

Parameter	3-schichtig	5-schichtig	7-schichtig
p	0,89	0,67	0,55
q	-0,67	-0,74	-0,77

Die Abhängigkeit der Reduktionsfaktoren von t/a ist in Tab. 2 dargestellt.

Tab. 2: Reduktionsfaktor $\kappa_{CLT,P}$

t/a	$\kappa_{CLT,P}$		
	3-schichtig	5-schichtig	7-schichtig
1:6	0,67	0,70	0,73
1:5	0,61	0,65	0,69
1:4	0,54	0,59	0,63
1:3	0,45	0,50	0,54

Torsionssteifigkeit

In [3][4] wird die Torsionssteifigkeit eines BSP-Trägers nach Glg. $G_{I_{\text{tor}}} = 4 \cdot D_{xy}^* \cdot h \cdot \left(1 - 0,63 \cdot \frac{t_{\text{CLT}}}{h}\right)$ (Näherungslösung; siehe auch [Torsionsträgheitsmoment eines Rechteckquerschnitts](#)) angegeben. $\left(1 - 0,63 \cdot \frac{t_{\text{CLT}}}{h}\right)$ beschreibt dabei die näherungsweise Berücksichtigung von Wölbeffekten.

$$G_{I_{\text{tor}}} = 4 \cdot D_{xy}^* \cdot h \cdot \left(1 - 0,63 \cdot \frac{t_{\text{CLT}}}{h}\right)$$

h	Höhe des BSP-Trägers
D_{xy}^*	Drillsteifigkeit

Referenzen

From:
<https://www.ihbv.at/wiki/> - **IHBV Wiki**

Permanent link:
<https://www.ihbv.at/wiki/doku.php?id=clt:design:stiffness:stiffness&rev=1510568964> 

Last update: **2019/02/21 10:22**
 Printed on 2025/11/02 00:07