Schubanalogieverfahren

Allgemeines

Dem Schubanalogieverfahren liegen die folgenden Annahmen zugrunde:

- Das Tragverhalten wird durch zwei, über die Durchbiegung gekoppelte Träger wiedergegeben.
- Die Biegesteifigkeit des Trägers A entspricht den Eigenträgheitsmomenten der einzelnen Lamellen, der des Trägers B den „Steiner-Anteilen“.
- Der Träger A wird als schubstarr angenommen, die Schubnachgiebigkeit des Trägers B ergibt sich im Wesentlichen aus der Nachgiebigkeit der Querlagen.

Abb. 1: Grundprinzip des Schubanalogieverfahrens

Somit wird im Schubanalogieverfahren die Berechnung von Biegeträgern aus nachgiebig miteinander verbundenen Querschnittsteilen auf ein System aus zwei Trägern (A und B) reduziert, welche über die gemeinsame Durchbiegefunktion $w(x)$ miteinander gekoppelt sind. Die Querschnittsverdrehungen des schubstarren Trägers A entsprechen $-w'(x)$, was der klassischen Bernoulli-Stabtheorie entspricht, die Querschnittsverdrehungen des schubnachgiebigen Trägers B stellen einen eigenen Freiheitsgrad $\phi(x)$ dar.

Strebt man eine analytische Lösung an, so ist ein gekoppeltes Differentialgleichungssystem 4. Ordnung für $w(x)$ und 2. Ordnung für $\phi(x)$ zu lösen. Stattdessen lautet für praktische Berechnungen der Vorschlag von Kreuzinger [1], statt der analytischen Lösung eine EDV-Berechnung von zwei, in der Durchbiegung diskret miteinander gekoppelten, Biegestäben vorzunehmen. Dies ist für den Praktiker weitestgehend als ausreichend zu betrachten. <fc #ff0000>Was die Diskretisierung anbelangt kann gesagt werden, dass die Diskretisierung beim Einfeldträger unter Gleichlast nur wenig Einfluss auf das Ergebnis hat.</fc> Lediglich bei Einzellasten bzw. Innenauflagern von Durchlaufträgern ist eine feinere Disketisierung anzustreben.

Das Schubanalogieverfahren (SAV) ist in der DIN 1052, Anhang D.3 – Flächen aus nachgiebig miteinander verbundenen Schichten geregelt.

Ersatzsteifigkeiten

Abb. 2: 5-schichtiger BSP-Querschnitt: Bezeichnungen der Abmessungen und Abstände

Träger A: Biegesteifigkeit B_A aus den Eigenträgheitsanteilen und Schubsteifigkeit S_A (starr)

\begin{equation} \label{eq:eqn_sav_BA} {B_\text{A}} = \sum {{E_\text{i}} \cdot {I_\text{i}} = } \sum {{E_\text{i}} \cdot {{b \cdot t_\text{i}^3} \over {12}}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_sav_SA} {S_\text{A}} = \infty \end{equation}

Träger B: Biegesteifigkeit B_B aus den „Steiner-Anteilen“ und Schubsteifigkeit S_B

\begin{equation} \label{eq:eqn_sav_BB} {B_\text{B}} = \sum {{E_\text{i}} \cdot {A_\text{i}} \cdot e_\text{s,i}^2 = } \sum {{E_\text{i}} \cdot b \cdot {t_\text{i}} \cdot e_\text{s,i}^2} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_sav_SB} {S_\text{B}} = {{{a^2}} \over {{1 \over b} \cdot \left({{{{t_1}} \over {2 \cdot {G_1}}} + \sum\nolimits_{i = 2}^{n - 1} {{{{t_\text{i}}} \over {{G_\text{i}}}}} + {{{t_\text{n}}} \over {2 \cdot {G_\text{n}}}}} } \right)}} \end{equation}

mit $a = \left| {{e_1}} \right| + \left| {{e_n}} \right|$ … Schwerpunktsabstand der Decklagen

Normalspannungen

Abb. 3: Normalspannungen zufolge der Momente M_A (Träger A) und M_B (Träger B)

\begin{equation} \label{eq:eqn_sav_MAi} {M_\text{A,i}} = {M_\text{A}} \cdot {{{E_\text{i}} \cdot {I_\text{i}}} \over {{B_\text{A}}}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_sav_sigmaAi} {\sigma _\text{A,i}} = {{{M_\text{A,i}}} \over {{I_\text{i}}}} \cdot {z_\text{i}} = {{{M_\text{A}}} \over {{B_\text{A}}}} \cdot {E_\text{i}} \cdot {z_\text{i}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_sav_NBi} {N_\text{B,i}} = {M_\text{B}} \cdot {{{E_\text{i}} \cdot {A_\text{i}} \cdot {e_\text{s,i}}} \over {{B_\text{B}}}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_sav_sigmaBi} {\sigma _\text{B,i}} = {{{N_\text{B,i}}} \over {{A_\text{i}}}} = {{{M_\text{B}}} \over {{B_\text{B}}}} \cdot {E_\text{i}} \cdot {e_\text{s,i}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_sav_sigma} {\sigma _\text{i}} = {\sigma _\text{A,i}} + {\sigma _\text{B,i}} \end{equation}

Schubspannungen

Abb. 4: Schubspannungen zufolge der Querkräfte V_A (Träger A) und V_B (Träger B)

\begin{equation} \label{eq:eqn_sav_VAi} {V_\text{A,i}} = {V_\text{A}} \cdot {{{E_\text{i}} \cdot {I_\text{i}}} \over {{B_\text{A}}}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_sav_tauAi} {\tau _\text{A,i}} = - {V_\text{A}} \cdot {{{E_\text{i}}} \over {{B_\text{A}}}} \cdot \left({{{z_\text{i}^2} \over 2} - {{t_\text{i}^2} \over 8}} \right) \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_sav_tauAmaxi} {\tau _\text{A,max,i}} = {3 \over 2} \cdot {{{V_\text{A,i}}} \over {{A_\text{i}}}} = {{{V_\text{A}} \cdot {E_\text{i}} \cdot t_\text{i}^2} \over {8 \cdot {B_\text{A}}}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_sav_tauB1} {\tau _\text{B,1}} = - {V_\text{B}} \cdot {{{E_\text{1}}} \over {{B_\text{B}}}} \cdot \left({{z_1} - {{{t_1}} \over 2}} \right) \cdot {e_\text{s,1}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_sav_tauBi} {\tau _\text{B,i}} = \tau _\text{B,i-1}^0 - {V_\text{B}} \cdot {{{E_\text{i}}} \over {{B_\text{B}}}} \cdot \left({{z_\text{i}} - {{{t_\text{i}}} \over 2}} \right) \cdot {e_\text{s,i}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_sav_tau} {\tau _\text{i}} = {\tau _\text{A,i}} + {\tau _\text{B,i}} \end{equation}

Vorteile des Verfahrens

- Liefert für den zweiteiligen und symmetrischen dreiteiligen Querschnitt exakte Ergebnisse.
- Erfasst beliebige baustatische Systeme und Lasten.
- Der Einfluß von Einzellasten und Innenauflagern von Durchlaufträgern wird relativ gut erfasst. Das SAV kann die auftretenden Spannungsspitzen bei den Biegespannungen erfassen.

Nachteile des Verfahrens

- Ist für allgemeine mehrteilige Querschnitte nur eine Näherung.
- Ist in der Umsetzung aufwendig und erfordert insbesondere bei Einzellasten und Innenauflagern von Durchlaufträgern einen hohen Diskretisierungsbedarf.
- Die Schubspannungen im unmittelbaren Nahbereich von Einzellasten und Innenauflagern von Durchlaufträgern werden nicht korrekt wiedergegeben. Dies liegt an der fehlenden Schubverformungsmöglichkeit des Trägers A. Der Fehler ist jedoch bereits im Abstand der Plattendicke von den Einzellasten bzw. Innenauflagern praktisch abgeklungen.