Brettsperrholz, Plattenbeanspruchung, schubnachgiebig

γ-Verfahren

Auszug aus [1]

Allgemeines

Das γ-Verfahren eignet sich zur Berechnung kontinuierlich verbundener Biegeträger unter beliebiger Belastung. Beliebige Belastungen können jedoch nur über Fourierreihenansätze exakt gelöst werden. Für die Baupraxis begnügt man sich zumeist mit der Lösung der Welle n = 1 (sinusförmige Belastung). Im Folgenden entspricht das γ-Verfahren den Ausführungen wie sie im Eurocode 5 [2] sowie in Schelling [3] zu finden sind.

Dem γ-Verfahren liegen die folgenden Annahmen zugrunde (siehe [4]):

- Für die einzelnen Querschnitte gelten die Annahmen der technischen Biegetheorie, also das Ebenbleiben der Querschnitte (BERNOULLI-Balken), das HOOK'sche Gesetz und die lineare Spannungsverteilung über den Querschnitt (NAVIER).
- Die Durchbiegung infolge der Schubbeanspruchung wird nicht berücksichtigt.
- Es werden affine Biegelinien der Einzelbalken vorausgesetzt, so dass der Deformationszustand durch die Schwerpunktsverschiebung des Gesamtquerschnitts beschrieben werden kann.
- Der Gesamtquerschnitt ist symmetrisch zu der Ebene in der die Belastung wirkt, so dass eine einaxiale Biegebeanspruchung unterstellt werden kann.
- Die Verbindung der Einzelquerschnitte erfolgt im Modell durch eine kontinuierliche Schubübertragung mit konstanter Schubsteifigkeit. Erfolgt die Realisierung mit mechanischen Verbindungsmittel wie z. B. Stabdübel, Schrägverschraubung, so werden diese diskreten Verbindungsmittel als „verschmiert" über den Verbindungsmittelabstand betrachtet.
- Für den Werkstoff der Einzelquerschnitte und für die Verbindungsmittel wird voll elastisches Trag- und Verformungsverhalten vorausgesetzt.
- Die Reibung in den Anschlussfugen wird vernachlässigt.

Die Ausführungen im Eurocode 5 [2] sowie in Schelling [3] unterscheiden sich. Schelling gibt ein linerares Gleichungssystem zur Bestimmung der Nachgiebigkeitskoeffizienten (γ-Werte der einzelnen Schichten) an. Als Bezugspunkt wird der geometrische Schwerpunkt der aus den Einzelquerschnitten gebildeten Gesamtfläche verwendet.

Für mehrteilige Querschnitte werden die, auf die geometrische Schwerachse bezogenen Ausdrücke, verhältnismäßig umfangreich, was zumindest für die manuelle Bemessung der normativ geregelten Querschnittstypen den Bezug auf die wirksame Schwerachse rechtfertigt. Diese Formulierung ist in der EN 1995-1-1 und den Vorgängernormen wie der DIN 1052 gewählt worden. Die wirksame Schwerachse kann auch als mechanische Schwerachse gedeutet werden, da in dieser Achse die Schubspannungen ein Maximum sind. Allerdings sind für einen zweiteiligen, komplett symmetrischen Querschnitt zwei völlig gleichwertige Lösungen für die Lage dieses mechanischen Schwerpunktes möglich, nämlich ober- bzw. unter- halb des geometrischen Schwerpunktes. Im Sinne einer systematischen Programmierung erscheint daher die Darstellung nach Schelling als vorteilhaft, für die Handrechnung jene der NORM. Weiters ist bei der Vorgangsweise nach NORM auf das Vorzeichen des Abstandes a_2 zu achten. Die Vorzeichen der Abstände a_i (i = 1, 2, … n) sind beim Verfahren nach Schelling zweifelsohne klarer und systematischer zu ermitteln.

Folgende Übersicht über die beiden Möglichkeiten der Schwerachse – geometrische Schwerachse (Schelling) oder wirksame Schwerachse (EC 5) – ist der Literatur [4] entnommen:

Tab. 1: γ-Werte bei geometrischer bzw. wirksamer Schwerachse (siehe [4])

Bezugsachse	geometrische Schwerachse	wirksame Schwerachse
γ_1	${1 \over {1 + {{{\pi ^2} \cdot s \cdot EA_\text{1} \cdot {a_\text{1}}} \over {{l^2} \cdot K \cdot {a_\text{1,2}}}}}}$	${1 \over {1 + {{{\pi ^2} \cdot s \cdot EA_\text{1}} \over {{l^2} \cdot K}}}}$
γ_2	${1 \over {1 + {{{\pi ^2} \cdot s \cdot EA_\text{2} \cdot \left({ - {a_\text{2}}} \right)} \over {{l^2} \cdot K \cdot {a_\text{1,2}}}}}}$	1

Unabhängig von den Bezugsachsen fällt auf, dass die Nachgiebigkeitsfaktoren von der Spannweite abhängen. Bei steigender Systemlänge und ansonsten gleich bleibenden Bedingungen erhöht sich die wirksame Biegesteifigkeit. Sind die γ-Werte der Einzelquerschnitte ermittelt, können alle benötigten Größen wie Normal- und Schubspannungen, Verbindungsmittelbeanspruchungen und Durchbiegungen er- mittelt werden.

Formeln nach EN 1995-1-1

Abb. 1: Querschnittstypen nach EN 1995-1-1 [2], Anhang B, Abb. B.1: oben: Querschnittstyp A; unten: Querschnittstyp C

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_ec5_EIef} {(EI)_\text{ef}} = \sum\nolimits_{i = 1}^3 {\left({{E_\text{i}} \cdot {I_\text{i}} + {\gamma _\text{i}} \cdot {E_\text{i}} \cdot {A_\text{i}} \cdot a_\text{i}^2} \right)} \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_ec5_Ai} {A_\text{i}} = {b_\text{i}} \cdot {h_\text{i}} \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_ec5_Ii} {I_\text{i}} = {{{b_\text{i}} \cdot h_\text{i}^3} \over {12}} \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_ec5_gamma_2} {\gamma _\text{2}} = 1 \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_ec5_gamma_i13} {\gamma _\text{i(1,3)}} = {1 \over {1 + {{{\pi ^2} \cdot {E_\text{i}} \cdot {A_\text{i}} \cdot {s_\text{i}}} \over {{K_\text{i}} \cdot {l^2}}}}} \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_ec5_a2} {a_\text{2}} = {1 \over 2} \cdot {{{\gamma _\text{1}} \cdot {E_\text{1}} \cdot {A_\text{1}} \cdot ({h_\text{1}} + {h_\text{2}})- {\gamma _\text{3}} \cdot {E_\text{3}} \cdot {A_\text{3}} \cdot ({h_\text{2}} + {h_\text{3}})} \over {\sum\nolimits_{i = 1}^3 {{\gamma _\text{i}} \cdot {E_\text{i}} \cdot {A_\text{i}}} }} \end{equation}$$

Anmerkung: Laut EN 1995-1-1 kann für die Länge l bei Durchlaufträgern näherungsweise 4/5 der Stützweite eingesetzt werden.

Der Abstand a_2 ist bei Typ C immer positiv. Das heißt, der Spannungsnullpunkt liegt immer über dem geometrischen Schwerpunkt der Fläche A_2. Beim Typ A ist sowohl ein positiver als auch negativer Wert von a_2 möglich. Negativ wird a_2 dann, wenn der errechnete Spannungsnullpunkt unter dem Flächenschwerpunkt von A_2 liegt.

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_ec5_sigma_i} {\sigma _\text{i}} = {{{N_\text{i}}} \over {{A_\text{i}}}} = {M \over {{{(EI)}_\text{ef}}}} \cdot {\gamma _\text{i}} \cdot {E_\text{i}} \cdot {a_\text{i}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_ec5_sigma_mi} {\sigma _\text{m,i}} = {{{M_\text{i}}} \over {{W_\text{i}}}} = {M \over {{{(EI)}_\text{ef}}}} \cdot {{{E_\text{i}} \cdot {h_\text{i}}} \over 2} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_ec5_tau_2max} {\tau _\text{2,max}} = {V \over {{{(EI)}_\text{ef}}}} \cdot {{{\gamma _\text{3}} \cdot {E_\text{3}} \cdot {A_\text{3}} \cdot {a_\text{3}} + 0,5 \cdot {E_\text{2}} \cdot {b_\text{2}} \cdot {h^2}} \over {{b_\text{2}}}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_ec5_tau_r} {\tau _\text{r}} = {V \over {{{(EI)}_\text{ef}}}} \cdot {{{\gamma _\text{3}} \cdot {E_\text{3}} \cdot {A_\text{3}} \cdot {a_\text{3}}} \over {{b_\text{2}}}} \end{equation}

Lösung nach Schelling zur Bestimmung der γ-Werte

Für den Sonderfall eines beidseits gelenkig gelagerten Stabes unter sinusförmiger Last gelingt eine exakte Lösung, welche erstmals von Schelling z. B. in [5] dargestellt wurde. Das verwendete Bezeichnungsschema von Schelling ist in der folgenden Skizze dargestellt:

Abb. 2: Bezeichnungsschema von Schelling

Schelling beginnt die Nummerierung der Querschnittsteile im positiven z-Bereich. Weiters ist jeweils die erste und letzte Fuge mit einer Fugensteifigkeit von 0 anzusetzen. Weiters ist zu beachten, dass die Abstände a_i z-Koordinaten sind und da- her mit dem entsprechenden Vorzeichen zu versehen sind. Die $a_\text{i,i+1}$ Werte sind Abstände und daher immer positiv zu verwenden.

Anmerkung: Da sich die γ-Verfahren nach EC 5 [2] und Schelling [5][3][6] unterscheiden, werden die γ-Werte nach Schelling in weiterer Folge mit γ* bezeichnet.

Steifigkeitsberechnung

Auf Basis dieser Lösung kann die effektive Biegesteifigkeit $(EI)_\text{ef}$ durch Aufspalten in die Eigensteifigkeiten und in die so genannten „Steiner-Anteile“ mit der folgenden Formel bestimmt werden:

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_EIef} {(EI)_\text{ef}} = \sum\nolimits_{i = 1}^3 {\left({{{E \cdot {b_\text{i}} \cdot h_\text{i}^3} \over {12}} + \gamma _\text{i}^* \cdot E{A_\text{i}} \cdot a_\text{i}^2} \right)} \end{equation}

Weil die Arbeit von Schelling zwar Grundlage des γ-Verfahrens ist, die Darstellung in der Norm jedoch noch zusätzlich einen wirksamen Schwerpunkt einführt, sind die γ-Werte nach Norm und nach dem ursprünglichen Lösungsverfahren nach Schelling, wie es im folgenden dargestellt ist, nicht ident. Daher werden die γ-Werte nach diesem Gleichungssystem hier in diesem Bericht mit γ* bezeichnet. Mit den γ*$_\text{i}$-Werten werden nur die Steiner Anteile abgemindert, die Eigensteifigkeiten tragen voll zur Biegesteifigkeit bei.

Um diese γ*$_\text{i}$-Werte zu berechnen, gibt Schelling in [3] das folgende Gleichungssystem an:

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_gls} \left[{\matrix{ {{v_{1,1}}} & {{v_{1,2}}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \cr {{v_{2,1}}} & {{v_{2,2}}} & {{v_{2,3}}} & 0 & 0 & 0 & 0 \cr 0 & {\ldots} & {\ldots} & {\ldots} & 0 & 0 & 0 \cr 0 & 0 & {{v_\text{i,i - 1}}} & {{v_\text{i,i}}} & {{v_\text{i,i + 1}}} & 0 & 0 \cr 0 & 0 & 0 & {\ldots} & {\ldots} & {\ldots} & 0 \cr 0 & 0 & 0 & 0 & {{v_\text{m - 1,m - 2}}} & {{v_\text{m - 1,m - 1}}} & {{v_\text{m - 1,m}}} \cr 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & {{v_\text{m,m - 1}}} & {{v_\text{m,m}}} \cr } } \right] \cdot \left[{\matrix{ {\gamma _1^*} \cr {\gamma _2^*} \cr {\ldots} \cr {\gamma _\text{i}^*} \cr {\ldots} \cr {\gamma _\text{m - i}^*} \cr {\gamma _\text{m}^*} \cr } } \right] = \left[{\matrix{ {{s_1}} \cr {{s_2}} \cr {\ldots} \cr {{s_\text{i}}} \cr {\ldots} \cr {{s_\text{m - 1}}} \cr {{s_\text{m}}} \cr } } \right] \end{equation}

Die Anzahl der γ*-Werte entspricht der Anzahl an nachgiebig verbundenen Einzelbalkenelementen des Querschnitts (m Querschnittsteile, $m-1$ Querschnittsfugen).

Jede Zeile der Matrix besteht aus maximal 3 Werten, aus dem Wert an der Hauptdiagonale $v_\text{i,i}$ sowie den beiden anschließenden Werten $v_\text{i,i-1}$ und $v_\text{i,i+1}$. Diese 3 Werte $v_\text{i,i+1}$, $v_\text{i,i}$ und $v_\text{i,i+1}$ sowie die Werte für die rechte Seite des Gleichungssystems s_i berechnen sich mit den folgenden Gleichungen:

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_v_i_i-1} {v_\text{i,i - 1}} = - {c_\text{i - 1,i}} \cdot {a_\text{i - 1}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_v_i_i} {v_\text{i,i}} = \left({{c_\text{i - 1,i}} + {c_\text{i,i + 1}} + {{{\pi ^2}} \over {{l^2}}} \cdot {E_\text{i}} \cdot {A_\text{i}}} \right) \cdot {a_\text{i}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_v_i_i+1} {v_\text{i,i + 1}} = - {c_\text{i,i + 1}} \cdot {a_\text{i + 1}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_s_i} {s_\text{i}} = {c_\text{i,i + 1}} \cdot {a_\text{i,i + 1}} - {c_\text{i - 1,i}} \cdot {a_\text{i - 1,i}} \end{equation}

Biegespannungsberechnung

Mit Kenntnis der γ*$_\text{i}$-Werte kann die Spannung im Einzelschwerpunkt des Teilquerschnitts i sowie der Gradient der Spannung in der Schicht i mit der Höhe h_i wie folgt bestimmt werden:

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_sigma_Ni} {\sigma _\text{N,i}} = {M \over {{{(EI)}_\text{ef}}}} \cdot \gamma _\text{i}^* \cdot {E_\text{i}} \cdot {a_\text{i}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_sigma_Mi} {\sigma _\text{M,i}} = {M \over {{{(EI)}_\text{ef}}}} \cdot {E_\text{i}} \cdot {{{h_\text{i}}} \over 2} \end{equation}

Randspannungen der Schicht i:

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_sigma_iRand} {\sigma _\text{i,Rand}} = {M \over {{{(EI)}_\text{ef}}}} \cdot {E_\text{i}} \cdot \left({\gamma _\text{i}^* \cdot {a_\text{i}} \pm {{{h_\text{i}}} \over 2}} \right) \end{equation}

2-teiliger Querschnitt

Abb. 3: 2-teiliger Querschnitt

Der Abstand $a_\text{1,2}$ ist nach Schelling als Distanz immer positiv, die Werte a_1 und a_2 sind als Koordinaten mit dem entsprechenden Vorzeichen einzusetzen.

Damit entsteht das folgende Gleichungssystem für die γ*$_\text{i}$-Werte:

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_gls_2teilig} \left[{\matrix{ {\left({{c_{1,2}} + {{{\pi ^2}} \over {{l^2}}} \cdot {E_1} \cdot {A_1}} \right) \cdot {a_1}} & { - {c_{1,2}} \cdot {a_2}} \cr { - {c_{1,2}} \cdot {a_1}} & {\left({{c_{1,2}} + {{{\pi ^2}} \over {{l^2}}} \cdot {E_2} \cdot {A_2}} \right) \cdot {a_2}} \cr } } \right] \cdot \left[{\matrix{ {\gamma _1^*} \cr {\gamma _2^*} \cr } } \right] = \left[{\matrix{ {{c_{1,2}} \cdot {a_{1,2}}} \cr { - {c_{1,2}} \cdot {a_{1,2}}} \cr } } \right] \end{equation}

Lösung für die γ∗$_\text{i}$-Werte:

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_gamma1_2teilig} \gamma _1^* = {{{c_{1,2}} \cdot {l^2} \cdot {a_{1,2}} \cdot {E_2} \cdot {A_2}} \over {{a_1} \cdot \left[{{c_{1,2}} \cdot {l^2} \cdot \left({{E_1} \cdot {A_1} + {E_2} \cdot {A_2}} \right) + {E_1} \cdot {A_1} \cdot {E_2} \cdot {A_2} \cdot {\pi ^2}} \right]}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_gamma2_2teilig} \gamma _2^* = {{{c_{1,2}} \cdot {l^2} \cdot {a_{1,2}} \cdot {E_1} \cdot {A_1}} \over {{a_2} \cdot \left[{{c_{1,2}} \cdot {l^2} \cdot \left({{E_1} \cdot {A_1} + {E_2} \cdot {A_2}} \right) + {E_1} \cdot {A_1} \cdot {E_2} \cdot {A_2} \cdot {\pi ^2}} \right]}} \end{equation}

3-teiliger Querschnitt

Abb. 4: 3-teiliger Querschnitt

Die Abstände $a_\text{1,2}$ und $a_\text{2,3}$ sind nach Schelling als Distanz immer positiv, die Werte a_1, a_2 und a_3 sind als Koordinaten mit dem entsprechenden Vorzeichen einzusetzen.

Damit entsteht das folgende Gleichungssystem für die γ*$_\text{i}$-Werte:

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_gls_3teilig} \left[{\matrix{ {\left({{c_{1,2}} + {{{\pi ^2}} \over {{l^2}}} \cdot {E_1} \cdot {A_1}} \right) \cdot {a_1}} & { - {c_{1,2}} \cdot {a_2}} & 0 \cr { - {c_{1,2}} \cdot {a_1}} & {\left({{c_{1,2}} + {c_{2,3}} + {{{\pi ^2}} \over {{l^2}}} \cdot {E_2} \cdot {A_2}} \right) \cdot {a_2}} & { - {c_{2,3}} \cdot {a_3}} \cr 0 & { - {c_{2,3}} \cdot {a_3}} & {\left({{c_{2,3}} + {{{\pi ^2}} \over {{l^2}}} \cdot {E_3} \cdot {A_3}} \right) \cdot {a_3}} \cr } } \right] \cdot \left[{\matrix{ {\gamma _1^*} \cr {\gamma _2^*} \cr {\gamma _3^*} \cr } } \right] = \left[{\matrix{ {{c_{1,2}} \cdot {a_{1,2}}} \cr {{c_{2,3}} \cdot {a_{2,3}} - {c_{1,2}} \cdot {a_{1,2}}} \cr { - {c_{2,3}} \cdot {a_{2,3}}} \cr } } \right] \end{equation}

Lösung für die γ∗$_\text{i}$-Werte für den Sonderfall $c = c_\text{1,2} = c_\text{2,3}$:

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_gamma1_3teilig} \gamma _1^* = {{c \cdot {l^2} \cdot \left[{{a_{1,2}} \cdot \left({E{A_2} + E{A_3}} \right) + {a_{2,3}} \cdot E{A_3} + {a_{1,2}} \cdot E{A_2} \cdot E{A_3} \cdot {\pi ^2}} \right]} \over {{a_1} \cdot \left[{{c^2} \cdot {l^4} \cdot \left({E{A_1} + E{A_2} + E{A_3}} \right) + c \cdot {l^2} \cdot {\pi ^2} \cdot \left({E{A_1} \cdot E{A_2} + 2 \cdot E{A_1} \cdot E{A_3} + E{A_2} \cdot E{A_3}} \right) + {\pi ^4} \cdot E{A_1} \cdot E{A_2} \cdot E{A_3}} \right]}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_gamma2_3teilig} \gamma _2^* = {{c \cdot {l^2} \cdot \left({ - {a_{1,2}} \cdot E{A_1} + {a_{2,3}} \cdot E{A_3}} \right) + c \cdot {l^2} \cdot {\pi ^2} \cdot \left({ - {a_{1,2}} + {a_{2,3}}} \right) \cdot E{A_1} \cdot E{A_3}} \over {{a_3} \cdot \left[{{c^2} \cdot {l^4} \cdot \left({E{A_1} + E{A_2} + E{A_3}} \right) + c \cdot {l^2} \cdot {\pi ^2} \cdot \left({E{A_1} \cdot E{A_2} + 2 \cdot E{A_1} \cdot E{A_3} + E{A_2} \cdot E{A_3}} \right) + {\pi ^4} \cdot E{A_1} \cdot E{A_2} \cdot E{A_3}} \right]}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_gamma3_3teilig} \gamma _3^* = {{c \cdot {l^2} \cdot \left[{{a_{2,3}} \cdot \left({E{A_1} + E{A_2}} \right) + {a_{1,2}} \cdot E{A_1} + {a_{2,3}} \cdot E{A_1} \cdot E{A_2} \cdot {\pi ^2}} \right]} \over {{a_3} \cdot \left[{{c^2} \cdot {l^4} \cdot \left({E{A_1} + E{A_2} + E{A_3}} \right) + c \cdot {l^2} \cdot {\pi ^2} \cdot \left({E{A_1} \cdot E{A_2} + 2 \cdot E{A_1} \cdot E{A_3} + E{A_2} \cdot E{A_3}} \right) + {\pi ^4} \cdot E{A_1} \cdot E{A_2} \cdot E{A_3}} \right]}} \end{equation}

Für unterschiedliche Fugennachgiebigkeiten $c_\text{1,2} \neq c_\text{2,3}$ muss obiges Gleichungssystem für die einzelnen γ∗$_\text{i}$-Werte numerisch gelöst werden.

4-teiliger Querschnitt

Abb. 5: 4-teiliger Querschnitt

Die Abstände $a_\text{1,2}$, $a_\text{2,3}$ und $a_\text{3,4}$ sind nach Schelling als Distanz immer positiv, die Werte a_1, a_2, a_3 und a_4 sind als Koordinaten mit dem entsprechenden Vorzeichen einzusetzen.

Damit entsteht das folgende Gleichungssystem für die γ*$_\text{i}$-Werte:

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_gls_4teilig} V \cdot \left[{\matrix{ {\gamma _1^*} \cr {\gamma _2^*} \cr {\gamma _3^*} \cr {\gamma _4^*} \cr } } \right] = \left[{\matrix{ {{c_{1,2}} \cdot {a_{1,2}}} \cr {{c_{2,3}} \cdot {a_{2,3}} - {c_{1,2}} \cdot {a_{1,2}}} \cr {{c_{3,4}} \cdot {a_{3,4}} - {c_{2,3}} \cdot {a_{2,3}}} \cr { - {c_{3,4}} \cdot {a_{3,4}}} \cr }

} \right] \end{equation}

wobei V wie folgt definiert ist:

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_schelling_glsV_4teilig} V = \left[{\matrix{ {\left({{c_{1,2}} + {{{\pi ^2}} \over {{l^2}}} \cdot {E_1} \cdot {A_1}} \right) \cdot {a_1}} & { - {c_{1,2}} \cdot {a_2}} & 0 & 0 \cr { - {c_{1,2}} \cdot {a_1}} & {\left({{c_{1,2}} + {c_{2,3}} + {{{\pi ^2}} \over {{l^2}}} \cdot {E_2} \cdot {A_2}} \right) \cdot {a_2}} & { - {c_{2,3}} \cdot {a_3}} & 0 \cr 0 & { - {c_{2,3}} \cdot {a_3}} & {\left({{c_{2,3}} + {c_{3,4}} + {{{\pi ^2}} \over {{l^2}}} \cdot {E_3} \cdot {A_3}} \right) \cdot {a_3}} & { - {c_{3,4}} \cdot {a_4}} \cr 0 & 0 & { - {c_{3,4}} \cdot {a_4}} & {\left({{c_{3,4}} + {{{\pi ^2}} \over {{l^2}}} \cdot {E_4} \cdot {A_4}} \right) \cdot {a_4}} \cr } } \right] \end{equation}

Besonderheiten bei der Berechnung von BSP

Um mit dem oben beschriebenen Verfahren auch eine Nachweisführung für Brettsperrholz durchführen zu können, sind einige Anpassungen notwendig. In diesem Zusammenhang wird deshalb vom „modifizierten γ-Verfahren“ gesprochen.

Querschnittsanpassung

Aus dem 2- bzw. 3-teiligen Querschnitt (Typ C bzw. Typ A, siehe Abb. 1) kann die 3- bzw. 5-schichtige BSP-Platte abgeleitet werden (siehe Abb. 6). Dazu wird die Nachgiebigkeit der Verbindungsfugen (s_i/K_i) durch die schubnachgiebigen Querlagen des Brettsperrholzes ($h_\text{si}/(G_\text{R,i} \cdot b_\text{i}$)) ersetzt. Die Querschnittsbreite b_i der einzelnen Lagen ist bei der Berechnung von BSP als konstant anzunehmen ($b_\text{i} = b$).

Abb. 6: Querschnittsanpassung für 3- und 5-schichtige BSP-Querschnitte

Die Formeln lt. EN 1995-1-1, Anhang B können somit wie folgt angepasst werden:

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_ec5_bsp_gamma_i13} {\gamma _{i(1,3)}} = {1 \over {1 + {{{\pi ^2} \cdot {E_i} \cdot {A_i} \cdot {s_i}} \over {{K_i} \cdot {l^2}}}}} = {1 \over {1 + {{{\pi ^2} \cdot {E_i} \cdot {h_i} \cdot b \cdot {h_{si}}} \over {{G_{90}} \cdot b \cdot {l^2}}}}} = {1 \over {1 + {{{\pi ^2} \cdot {E_i} \cdot {h_i} \cdot {h_{si}}} \over {{G_{90}} \cdot {l^2}}}}} \end{equation}

Vereinfachung bei gleichem Material sowie gleichen Schichtstärken

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_bsp_h} {h_1} = {h_2} = {h_3} = h \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_bsp_h_s} {h_\text{s12}} = {h_\text{s23}} = h \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_bsp_gamma_13} {\gamma _1} = {\gamma _3} = {1 \over {1 + {{{\pi ^2} \cdot {E_0} \cdot {h^2}} \over {{G_\text{90}} \cdot {l^2}}}}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_bsp_a2} {a_2} = 0 \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_gamma_method_bsp_a1} {a_1} = {a_3} = {{{h_1}} \over 2} + {h_\text{s12}} + {{{h_2}} \over 2} - {a_2} = 2h \end{equation}

Vorteile des Verfahrens

- Es handelt sich um ein etabliertes Verfahren, welches sowohl im Eurocode 5 [2] sowie in fast allen Produktzulassungen für BSP verankert ist.

Nachteile des Verfahrens

- Ist für die Handrechnung, auf Basis der Gleichungen des Anhangs B des EC 5, genauso wie die schubnachgiebige Stabtheorie leicht und gut einsetzbar, im direkten Vergleich dazu allerdings als deutlich aufwendiger einzustufen. Insbesondere beim Durchlaufträger ist die Ermittlung des γ-Wertes nicht mehr eindeutig. Speziell bei stärker unterschiedlichen Stützweiten können Felder ohne Momentennullpunkte auftreten, was die Verwendung der in der Norm vorgeschlagenen Ersatzlänge von 4/5 der Stützweite als fraglich erscheinen lässt.
- Das Normenverfahren (wirksame Schwerachse) ist nur bei 3- und 5-schichtigem BSP einsetzbar. Bei mehr Schichten sind die allgemeinen Gleichungen nach Schelling heranzuziehen.
- Die Gleichungen nach Schelling sind zwar allgemein für alle Systeme und Lasten gültig, eine in der Praxis taugliche Handhabung setzt jedoch einen Einfeldträger unter einwelliger Sinuslast voraus. Damit werden zwar die Gleichungen einfach, gelten aber im Weiteren nur mehr näherungsweise auch für Gleichlasten. Große Abweichungen sind bei Einzellasten und damit in Folge auch bei Innenstützen von Durchlaufträgern gegeben.
- Ist nicht so einfach auf 2D-Plattentragwerke erweiterbar.