Schwingungen von Brettsperrholzplatten

Allgemeines

Durch den modernen Holzbau stehen Holzwerkstoffe, z. B. BSP-Platten, zur Verfügung, mit denen fast beliebige Grundrisse im Büro-, Verwaltungs-, Bildungs- und Wohnungsbau wirtschaftlich realisiert werden können. Die in diesen Bereichen erforderlichen großen Spannweiten beeinflussen jedoch das dynamische Verhalten der Decken meist negativ. Gleichzeitig sind die Komfortansprüche der Nutzer und damit die Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit gestiegen – schon ein leichtes Schwingen oder Vibrieren der Decke wird als Mangel empfunden. Damit rückt das Vermeiden unangenehmer Schwingungen, ausgelöst z. B. durch das Begehen oder das Herumtoben von Kindern, bei der Bemessung im Neubau wie auch bei der Sanierung von Altbauten in den Vordergrund. Diese Entwicklung – verursacht durch größere realisierbare Spannweiten und eine Erweiterung der Einsatzgebiete für Holzkonstruktionen – spiegelt sich auch in der aktuellen Normung wieder: In der DIN 1052 [1], im EN 1995-1-1 [2] und in der SIA 265 [3] wird ein Schwingungsnachweis empfohlen, „um Unbehagen verursachende Schwingungen zu vermeiden“. Die Erläuterungen zu DIN 1052:2004 [4] enthalten ein umfangreiches Kapitel zu diesem Thema.

Die Nachweise der Schwingungen gehören – wie die Nachweise der Verformungen – zu den Nachweisen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (SLS). Für diese Nachweise sind die charakteristischen Werte der Einwirkungen und die charakteristischen Mittelwerte der Steifigkeiten zu verwenden. In diesem Beitrag werden personeninduzierte Schwingungen von Decken unter üblicher Wohn- und Büronutzung behandelt.

Theoretische Grundlagen der personeninduzierten Schwingungen

Begriffsklärung am Beispiel „Schaukel“

Eine der wichtigsten Eigenschaften zur Beurteilung des Schwingungsverhaltens ist die **Eigenfrequenz** f und damit verbunden die **Resonanz**.

Anschaulich wird das Phänomen von Eigenfrequenz und Resonanz am Beispiel einer Schaukel. Ein Kind hat zwei Möglichkeiten hoch hinaufzuschaukeln:

Entweder wird die Schaukel weit ausgelenkt und losgelassen, sodass das Kind ausschaukeln kann. Dann finden die Bewegungen in der Eigenfrequenz des Systems Schaukel-Kind statt und werden wegen der natürlichen Dämpfung immer kleiner.

Oder das Kind nimmt selbst Schwung. Dabei reichen schon sehr kleine Kräfte, wenn genau zur richtigen Zeit wieder Schwung geholt wird. Das ist die Anregung in der Eigenfrequenz des Systems, d. h. in Resonanz.

Bei jedem Mal Schwung holen wird Energie in das System eingebracht und die Amplituden werden jedes Mal größer.

Dieser Vorgang wird als Einschwingvorgang bezeichnet. Er ist beendet, wenn der sogenannte eingeschwungene Zustand erreicht wird. Im eingeschwungenen Zustand werden die Amplituden nicht mehr größer, weil die eingebrachte Energie genau so groß ist wie die Energie, die über die **Dämpfung** ζ des Systems in andere Energieformen umgewandelt wird, z. B. Bewegungsenergie über die Reibung in Wärmeenergie. Die Dämpfung wird dabei viskos angenommen, das heißt, sie ist proportional zur momentanen Geschwindigkeit $\dot w$.

Dies bedeutet, dass ein System ohne jede Dämpfung nie den eingeschwungenen Zustand erreicht, weil der Einschwingvorgang, bei dem die Amplituden immer größer werden, nie endet. Im theoretischen Fall eines komplett ungedämpften Systems bedeutet das unendlich große Amplituden, vgl. Abb. 1.

Abb. 1: Einschwingvorgang im Resonanzfall, links ohne Dämpfung (ζ = 0), rechts für die Dämpfung ζ = 1 %, aus KREUZINGER [5]

Einmassenschwinger

Das einfachste mechanische System zur Beschreibung von Schwingungen ist der lineare Einmassenschwinger, vgl. Abb. 2. Er besteht aus einer Masse M^*, einer Feder K^* und, im gedämpften Fall, einer Dämpfung R. Die Dämpfungskraft $R \cdot \dot w$ wird viskos angenommen, d. h. der momentanen Geschwindigkeit $\dot w$ proportional. Im Falle einer erzwungenen Schwingung wirkt die zeitlich veränderliche, harmonische Kraft $F(t)$ mit $F(t) = F_0 \cdot \cos \Omega t$ auf den Schwinger und führt zu einer Verschiebung $w(t)$. Die Eigenfrequenz wird nach Glg. \eqref{eq:eqn_1} berechnet, welche im Folgenden hergeleitet wird.

\begin{equation} \label{eq:eqn_1} {f_e} = {1 \over {2 \cdot \pi }} \cdot \sqrt {{{{K^*} \over {M^*}}}} \end{equation}

Abb. 2: Einmassenschwinger

Der Unterschied zwischen einer statischen und einer dynamischen Berechnung ist, dass bei der Bildung des Kräftegleichgewichts für die dynamische Berechnung zusätzlich zu den statischen Kräften auch die d´Alembert´schen Trägheitskräfte, hier $M^* \cdot {\ddot w}$, angesetzt werden und dass sowohl die Einwirkung als auch die Reaktion von der Zeit abhängig sind. So führt das kinetische Kräftegleichgewicht am System des linearen, gedämpften Einmassenschwingers zu folgender Differentialgleichung der gedämpften, erzwungenen Schwingung unter harmonischer Anregung:

\begin{equation} \label{eq:eqn_2} {M^*} \cdot \ddot w + R \cdot \dot w + {K^*} \cdot w = {F_0} \cdot \cos \Omega t \end{equation}

Die freie, ungedämpfte Schwingung

Im einfachsten Fall sind sowohl die Einwirkung als auch die Dämpfung beim Einmassenschwinger gleich Null. Man spricht dann von der freien, ungedämpften Schwingung. Glg. \eqref{eq:eqn_2} wird dann auf eine homogene Differentialgleichung reduziert.

\begin{equation} \label{eq:eqn_3} {M^*} \cdot \ddot w + {K^*} \cdot w = 0 \end{equation}

Der Lösungsansatz lautet: \begin{equation} \label{eq:eqn_4} w(t) = {A_1} \cdot \sin \left({\omega \cdot t} \right) + {A_2} \cdot \cos \left({\omega \cdot t} \right) = {w_0} \cdot \left({\sin \left({\omega \cdot t} \right) - {\varphi _0}} \right) \end{equation}

mit Eigenfrequenz:

\begin{equation} \label{eq:eqn_5} \omega = 2 \cdot \pi \cdot {f_e} = \sqrt {{{{K^*}} \over {{M^*}}}} {\text{ [1/s]}} \end{equation}

K^*	Federsteifigkeit [N\m]
M^*	Masse [kg]

Periodendauer (Eigenschwingzeit [s]):

\begin{equation} \label{eq:eqn_6} {\rm{T = }}{1 \over {{f_e}}}{\text{ [s]}} \end{equation}

f_e	Eigenfrequenz [1/s]
$w(0) = A_2$	Auslenkung zur Zeit $t = 0$ [m]
$\dot w(0) = A_1 \cdot w$	Geschwindigkeit zur Zeit $t = 0$ [m/s]
w_0	Amplitude der freien Schwingung [m]

Nullphasenwinkel: \begin{equation} \label{eq:eqn_7} {\varphi _0} = \arcsin {{{A_2}} \over {{w_0}}}{\text{ [rad]}} \end{equation}

Wenn die Anfangsbedingungen Auslenkung $w(0)$ und Geschwindigkeit $\dot w (0)$ zur Zeit $t = 0$ bekannt sind, ist auch die Gleichung für die Schwingung Glg. \eqref{eq:eqn_4} bekannt.

Für diesen Einmassenschwinger wird eine Energiebetrachtung angestellt EIBL [6]. Beim freien, ungedämpften Schwinger muss die Summe aus potenzieller und kinetischer Energie stets konstant sein.

\begin{equation} \label{eq:eqn_8} {E_{kin}} = {E_{pot}}{\text{ }} \Rightarrow {\text{ }}{1 \over 2} \cdot {M^*} \cdot {{\dot w}^2} = {1 \over 2} \cdot {K^*} \cdot {w^2}{\text{ }} \Rightarrow {\text{ }}{M^*} \cdot {\omega ^2} \cdot {w^2} = {K^*} \cdot {w^2} \end{equation}

$\omega = \sqrt {{{{K^*}} \over {{M^*}}}} $, vgl. Glg. \eqref{eq:eqn_5}

Bezeichnet man die statische Auslenkung der Feder unter dem Gewicht der Masse M mit ${w_{stat}}$, so gilt:

${w_{stat}} = {{{M^*} \cdot g} \over {{K^*}}}$ → ${M^*} = {{{w_{stat}} \cdot {K^*}} \over g}$ mit $g=9,81{\text{ [m/s}^2]}$

Eingesetzt in die Frequenzgleichung Glg. \eqref{eq:eqn_5} erhält man einen direkten Zusammenhang zwischen der Durchbiegung unter Eigenlast ${w_{stat}}$ und der Eigenfrequenz f_e:

\begin{equation} \label{eq:eqn_9} {f_e} = {\omega \over {2 \cdot \pi }} = {1 \over {2 \cdot \pi }} \cdot \sqrt {{{{K^*}} \over {{M^*}}}} = {1 \over {2 \cdot \pi }} \cdot \sqrt {{{{K^*} \cdot g} \over {{w_{stat}} \cdot {K^*}}}} = {1 \over {2 \cdot \pi }} \cdot \sqrt {{g \over {{w_{stat}}}}} \cong {5 \over {\sqrt {{w_{stat}}{\text{ [cm]}}} }} \end{equation}

Abb. 3: Statische Auslenkung beim Einmassenschwinger

Die freie, gedämpfte Schwingung

Der Fall der ungedämpften Schwingung existiert nur in der Theorie. In der Praxis werden die Bewegungen des Schwingers durch innere und/oder äußere Reibungsmechanismen gedämpft. Energie wird dissipiert, d. h. zerstreut. Hierdurch klingt die freie Schwingung ab und das System kommt in der statischen Gleichgewichtslage zur Ruhe. Wie oben erwähnt, wird von einer viskosen Dämpfung R [Ns/m] ausgegangen. Diese lässt sich nur experimentell bestimmen PETERSEN [7]. In der Differentialgleichung kommt zu den Massen- und Federkräften die Dämpfungskraft $R \cdot \dot w$ hinzu:

\begin{equation} \label{eq:eqn_10} {M^*} \cdot \ddot w + R \cdot \dot w + {K^*} \cdot w = 0 \end{equation}

Der Ansatz:

\begin{equation} w(t) = {e^{\lambda \cdot t}} \end{equation}

mit

\begin{equation} {\lambda _{1/2}} = {R \over {2 \cdot {M^*}}} \pm \sqrt {{{\left({{R \over {2 \cdot {M^*}}}} \right)}^2} - {{{K^*}} \over {{M^*}}}}} \end{equation}

führt im Fall ${\left({{R \over {2 \cdot {M^*}}}} \right)^2} > {{{K^*}} \over {{M^*}}}$ (überkritische Dämpfung) zu folgender Lösung:

\begin{equation} \label{eq:eqn_13} w(t) = {A_1} \cdot {e^{\lambda \cdot t}} + {A_2} \cdot {e^{ - \lambda \cdot t}} \end{equation}

Diese Glg. \eqref{eq:eqn_13} beschreibt einen Rückkriechprozess zum statischen Gleichgewichtszustand.

Im Sonderfall ${\left({{R \over {2 \cdot {M^*}}}} \right)^2} = {{{K^*}} \over {{M^*}}}$ spricht man von „kritischer" Dämpfung R_{krit} mit

\begin{equation} R_{krit}^2 = 4 \cdot {K^*} \cdot {M^*} \end{equation}

\begin{equation} {R_{krit}} = 2 \cdot \sqrt {{K^*} \cdot {M^*}} = 2 \cdot {{{K^*}} \over \omega } = 2 \cdot {M^*} \cdot \omega \end{equation}

Im dritten Fall, ${\left({{R \over {2 \cdot {M^*}}}} \right)^2} < {{{K^*}} \over {{M^*}}}$, spricht man von unterkritischer Dämpfung, er kommt in der Bauwerksdynamik fast ausschließlich vor.

\begin{equation} {\lambda _{1/2}} = - {R \over {2 \cdot {M^*}}} \pm i \cdot \sqrt {{{{K^*}} \over {{M^*}}} - {{\left({{R \over {2 \cdot {M^*}}}} \right)}^2}} \end{equation}

kann die Lösung für die Glg. \eqref{eq:eqn_10} in folgender Form angegeben werden (ω_d siehe Glg. \eqref{eq:eqn_24}):

\begin{equation} w(t) = {e^{ - {R \over {2 \cdot {M^*}}} \cdot t}} \cdot \left({{A_1} \cdot {e^{i

\cdot {\omega _d} \cdot t}} + {A_2} \cdot {e^{ - i \cdot {\omega _d} \cdot t}}} \right) = {e^{ - \zeta \cdot \omega \cdot t}} \cdot \left({{A_1} \cdot {e^{i \cdot {\omega _d} \cdot t}} + {A_2} \cdot {e^{ - i \cdot {\omega _d} \cdot t}}} \right) \end{equation}

Mit den Eulerschen Formeln:

${e^{i \cdot \varphi }} = \cos \varphi + i \cdot \sin \varphi$ und ${e^{ - i \cdot \varphi }} = \cos \varphi - i \cdot \sin \varphi $

kann die Lösung für die Glg. \eqref{eq:eqn_10} wie folgt dargestellt werden (ω_d siehe Glg. \eqref{eq:eqn_24}):

\begin{eqnarray} w(t) & = & {e^{ - {R \over {2 \cdot {M^*}}} \cdot t}} \cdot \left({{A_3} \cdot \sin \left({{\omega _d} \cdot t} \right) + {A_4} \cdot \cos \left({{\omega _d} \cdot t} \right)} \right)\\ & = & {e^{ - \zeta \cdot \omega \cdot t}} \cdot \left({{A_3} \cdot \sin \left({{\omega _d} \cdot t} \right) + {A_4} \cdot \cos \left({{\omega _d} \cdot t} \right)} \right) \end{eqnarray}

Die Größen A_1 bis A_4 können berechnet werden, wenn die Anfangsbedingungen Auslenkung $w(0)$ und Geschwindigkeit $\dot w (0)$ zur Zeit $t = 0$ bekannt sind.

Auslenkung zur Zeit $t = 0$:

\begin{equation} {A_3} = w(0) \end{equation}

Geschwindigkeit zur Zeit $t = 0$:

\begin{equation} \dot w(0) = - \zeta \cdot \omega \cdot {A_3} + \sqrt {1 - {\zeta ^2}} \cdot \omega \cdot {A_4}{\text{ [m/s]}} \end{equation}

\begin{equation} {A_4} = {{\zeta \cdot \omega \cdot w(0) + \dot w(0)} \over {\sqrt {1 - {\zeta ^2}} \cdot \omega }}{\text{ [m]}} \end{equation}

ζ (in der Literatur z. T. auch mit D bezeichnet) ist das Lehr´sches Dämpfungsmaß und beschreibt das Verhältnis von vorhandener zu kritischer Dämpfung. Es gilt folgender Zusammenhang:

\begin{equation} \zeta {\rm{ = }}{R \over {{R_{krit}}}} = {R \over {2 \cdot {M^*} \cdot \omega }} \end{equation}

$\omega _d$ ist die gedämpfte Eigenkreisfrequenz. Sie ist – wenigstens theoretisch – zu unterscheiden von der ungedämpften Eigenkreisfrequenz ω:

\begin{equation} \label{eq:eqn_24} {\omega _d} = \sqrt {{{{K^*}} \over {{M^*}}} - {{\left({{R \over {2 \cdot {M^*}}}} \right)}^2}} = \omega \cdot \sqrt {1 - {\zeta ^2}} \end{equation}

In der Baupraxis liegen die Dämpfungskonstanten ζ üblicherweise zwischen 0,5% bis ca. 3,0%, in Ausnahmefällen bis 10%. Die Dämpfung ist abhängig von der Lagerung sowie dem Material und der Struktur der schwingenden Masse.

Der Unterschied in den Frequenzen macht sich in der Berechnung kaum bemerkbar. So gilt z. B. für ζ = 3,0%: ${{{\omega _d}} \over \omega }$ = 0,99955; für ζ = 10%: ${{{\omega _d}} \over \omega }$ = 0,9950.

Abb. 4: Freie, gedämpfte Schwingung mit unterkritischer Dämpfung

Der lineare Einmassenschwinger mit harmonischer Anregung

Im Fall der personeninduzierten Schwingung von Holzdecken liegt keine freie, sondern eine erzwungene Schwingung vor (vgl. Glg. \eqref{eq:eqn_2}). Die Antwort der Decke setzt sich aus dem Einschwingvorgang und dem eingeschwungenen Zustand zusammen. Beim Einschwingvorgang sind die beiden Anteile, homogener Anteil und partikulärer Anteil (= Lastanteil) gleichzeitig vorhanden (vgl. Glg. \eqref{eq:eqn_25}). Das System „will“ in seiner Eigenfrequenz schwingen, die äußere Last zwingt aber eine Bewegung in der Erregerfrequenz auf; deshalb sind beim Einschwingvorgang beide Frequenzen vorhanden. Je nach Größe der Dämpfung dauert es einige Schwingungen, bis der Einschwingvorgang abgeschlossen ist und das System nur noch im Lastanteil schwingt. Man spricht dann vom eingeschwungenen oder stationären Zustand. Dieser ist in den meisten Fällen maßgebend für die Berechnung der Bauwerksantwort. Ausnahmen gibt es bei kurzen Einwirkungen, bei denen der Einschwingvorgang überwiegt.

\begin{equation} \label{eq:eqn_25} w(t) = {e^{ - \zeta \cdot \omega \cdot t}} \cdot \left({{A_1} \cdot \cos \left({{\omega _d} \cdot t} \right) + {A_2} \cdot \sin \left({{\omega _d} \cdot t} \right)} \right) + {{{F_0}} \over {{K^*}}} \cdot V(\eta) \cdot \cos \left({\Omega t - \alpha } \right) \end{equation}

${e^{ - \zeta \cdot \omega \cdot t}} \cdot \left({{A_1} \cdot \cos \left({{\omega _d} \cdot t} \right) + {A_2} \cdot \sin \left({{\omega _d} \cdot t} \right)} \right)$ ⇒ Homogener Anteil

${{{F_0}} \over {{K^*}}} \cdot V(\eta) \cdot \cos \left({\Omega t - \alpha } \right)$ ⇒ Partikulärer Anteil

Zur Berechnung der stationären Antwort der Decken ist das Verhältnis η der Erregerfrequenz zur Eigenfrequenz entscheidend:

\begin{equation} \label{eq:eqn_26} \eta = {\Omega \over \omega } \end{equation}

Wird die statische Auslenkung unter der Last F_0 mit w_{stat} bezeichnet, so gilt:

\begin{equation} \label{eq:eqn_27} {w_{stat}} = {{{F_0}} \over {{K^*}}} \end{equation}

Die maximale dynamische Auslenkung w_0 kann dann berechnet werden zu

\begin{equation} \label{eq:eqn_28} {w_0} = {w_{dyn}} = {w_{stat}} \cdot V(\eta) \end{equation}

Die Vergrößerungsfunktion $V(\eta)$ ist abhängig von der Dämpfungskonstante ζ und dem Frequenzverhältnis η.

\begin{equation} \label{eq:eqn_29} V(\eta) = {1 \over {\sqrt {{{\left({1 - {\eta ^2}} \right)}^2} + {{\left({2 \cdot \zeta \cdot \eta } \right)}^2}} }} \end{equation}

Die Phasenverschiebung α drückt aus, um wie viel die Antwort der Einwirkung „hinterher eilt“. Sie wird wie folgt berechnet: Für η = 1 gilt α = π/2.

\begin{equation} \label{eq:eqn_30} \tan \alpha = {{2 \cdot \zeta \cdot \eta } \over {1 - {\eta ^2}}} \end{equation}

Abb. 5 zeigt den Zusammenhang zwischen dem Frequenzverhältnis η und der Vergrößerungsfunktion $V(\eta)$. Mit den im Bauwesen vorkommenden, kleinen Dämpfungswerten

(ζ « 1) und η → 1 wächst die Vergrößerungsfunktion stark an. Für diese Grenzwerte verliert die homogene und gewinnt die partikuläre Lösung mit der stationären Amplitude w_0 an Bedeutung (Ausnahme siehe oben).

Abb. 5: Vergrößerungsfunktion für unterschiedliche Dämpfungswerte

Streng genommen liegt das Maximum für $V(\eta)$ bei $\eta = (1 - 2 \cdot \zeta^2)^{1/2}$. Wegen der kleinen Dämpfungswerte spricht man aber für η = 1 vom Resonanzfall.

Dann gilt:

\begin{equation} \label{eq:eqn_31} {V_{\max }} \cong V(\eta = 1) = {1 \over {2 \cdot \zeta }} \end{equation}

Das heißt, dass die maximale Auslenkung im Resonanzfall folgenden Wert annimmt:

\begin{equation} \label{eq:eqn_32} {w_{0,\max }} \cong {w_0}(\eta = 1) = {w_{stat}} \cdot {1 \over {2 \cdot \zeta }} = {{{F_0}} \over {{K^*}}} \cdot {1 \over {2 \cdot \zeta }} \end{equation}

Die maximale Deckenbeschleunigung ist eine wichtige Größe bei der Beurteilung der Schwingungen. Sie berechnet sich als zweite Ableitung der Auslenkung mit Glg. \eqref{eq:eqn_33}:

\begin{equation} \label{eq:eqn_33} {{\ddot w}_0}(\eta = 1) = {\omega ^2} \cdot {{{F_0}} \over {{K^*}}} \cdot {1 \over {2 \cdot \zeta }} = {{{F_0}} \over {{M^*}}} \cdot {1 \over {2 \cdot \zeta }} \end{equation}

Wird der Einschwingvorgang nach Gleichung (Glg. \eqref{eq:eqn_25}) betrachtet, so folgt aus den Randbedingungen:

$w(0)=0$: $A_1=0$

$\dot w(0)=0$: ${A_2} = - {{{F_0}} \over {{K^*}}} \cdot {1 \over {2 \cdot \zeta }}$

Im Resonanzfall erhält man durch zweimaliges Ableiten nach der Zeit die Beschleunigung zu

\begin{equation} \label{eq:eqn_34} {{\ddot w}_0}(\eta = 1) = {{{F_0}} \over {{M^*}}} \cdot {1 \over {2 \cdot \zeta }} \cdot \sin \left({\omega \cdot t} \right) \cdot \left({1 - {e^{ - \zeta \cdot \omega \cdot t}}} \right) \end{equation}

Der Faktor $(1 - e^{-\zeta \cdot \omega \cdot t})$ beschreibt den Einschwingvorgang, siehe oben. Für die Grenzbetrachtung t→∞, geht der Faktor gegen 1 und es bleibt der Anteil für den stationären Zustand, vgl. Glg. \eqref{eq:eqn_33}.

Bei höherer Dämpfung ist der Einschwingvorgang früher abgeschlossen, weil die „Eigenschwingung“ schneller gedämpft wird.

Tab. 1 zeigt Dämpfungswerte für unterschiedliche Holzdecken. Bei den Messungen aus FITZ [8] und WINTER/HAMM/RICHTER [9] war jeweils eine Versuchsperson auf der Decke, deren Dämpfungsanteil in die Ergebnisse einfliest. Dies ist für die hier behandelten personeninduzierten Schwingungen realitätsnah und wird im Weiteren verwendet.

Tab. 1: Dämpfungswerte für unterschiedliche Holzdecken

Material und Aufbau	Lehr'sches Dämpfungsmaß ζ	Quelle
(Holz-) Decken ohne schwimmenden Estrich	1,0 %	Erläuterungen zu DIN 1052:2004 [4]
Decken aus verleimten Brettstapelelementen mit schwimmendem Estrich	2,0 %	
Holzbalkendecken und mechanisch verbundene Brettstapeldecken mit schwimmendem Estrich	3,0 %	
Brettsperrholzdecken ohne bzw. mit leichtem Aufbau, zweiseitig gelagert	2,5 %	FITZ [8] und WINTER/HAMM/RICHTER [9] und eigene Messungen
Brettsperrholzdecken mit schwimmendem Estrich (schwer Aufbau) auf Stahl oder punktförmig oder zweiseitig gelagert	2,5 %	
Brettsperrholzdecken mit schwimmendem Estrich, vierseitig gelagert	3,5 %	
Brettsperrholzdecken mit schwimmendem Estrich, vierseitig auf Holzwänden gelagert	4,0 %	

Übertragung auf Balken

Im Unterschied zum Einmassenschwinger, welcher genau eine Eigenfrequenz hat, hat ein Balken theoretisch unendlich viele Eigenformen und zugehörige Eigenfrequenzen. Als Eigenfrequenzen eines Balkens werden die Frequenzen bezeichnet, in welchen er „am liebsten“ schwingt. Für die Betrachtung der personeninduzierten Deckenschwingungen ist i. A. nur die niedrigste (= erste) Eigenfrequenz relevant. Sie wird im Falle eines gelenkig gelagerten Einfeldträgers (Abb. 6) nach Glg. \eqref{eq:eqn_35} berechnet.

Abb. 6: Einfeldträger: Schwingungen in der ersten Eigenfrequenz und Querschnitt

\begin{equation} \label{eq:eqn_35} {f_{e,1}} = {\pi \over {2 \cdot {L^2}}} \cdot \sqrt {{{{{\left({EI} \right)}_L}} \over m}} = {f_{Balken}} \end{equation}

mit \begin{equation} \label{eq:eqn_36} I = {{{b_{Balken}} \cdot {h^3}} \over {12}} \end{equation}

Übertragung auf Platten

Für flächige, rechteckige Bauteile aus z. B. BSP-Platten mit zweiachsiger Spannrichtung (vierseitige Lagerung) gilt folgende Gleichung für die Eigenfrequenz:

\begin{equation} \label{eq:eqn_37} {f_{Platte}} = {f_{Balken}} \cdot \sqrt {1 + {1 \over {{\alpha ^4}}}} \end{equation}

mit

\begin{equation} \label{eq:eqn_38} \alpha = {b \over L} \cdot \root 4 \of {{{{{\left({EI} \right)}_L}} \over {{{\left({EI} \right)}_Q}}}} \end{equation}

b	Spannweite in Querrichtung oder Deckenbreite [m]

$(EI)_L$	effektive Biegesteifigkeit in Längsrichtung
$(EI)_Q$	effektive Biegesteifigkeit in Querrichtung mit $(EI)_L$ > $(EI)_Q$

Soll die Drillsteifigkeit berücksichtigt werden, wird die Eigenfrequenz nach Glg. \eqref{eq:eqn_39} berechnet.

\begin{equation} \label{eq:eqn_39} {f_{e,1}} = {\pi \over 2} \cdot \sqrt {{1 \over {\rho \cdot h}}} \cdot \sqrt {{{{{\left({EI} \right)}_L}} \over {{L^4}}} + {{4 \cdot {{\left({G{I_D}} \right)}_{ef}}} \over {{b^2} \cdot {L^2}}} + {{{{\left({EI} \right)}_Q}} \over {{b^4}}}} \end{equation}

Abb. 7: Vergleich statische und dynamische Last

Wird der Balken oder die Platte wiederholt angeregt und entspricht die Anregungsfrequenz genau einer der Eigenfrequenzen, spricht man von Resonanz. Bei Belastung eines Balkens nach Abb. 7, einmal durch eine statische Kraft F_{stat} und einmal durch eine dynamische Kraft $F(t)$, erhält man die beiden Amplituden w_{stat} und w_{dyn} nach Erreichen des eingeschwungenen Zustandes im Resonanzfall (vgl. Glg. \eqref{eq:eqn_31}):

\begin{equation} \label{eq:eqn_40} {w_{stat}} = {{F \cdot {L^3}} \over {48 \cdot {{\left({EI} \right)}_L} \cdot {b_{ef}}}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_41} {b_{ef}} = {L \over {1,1}} \cdot \root 4 \of {{{{{\left({EI} \right)}_Q}} \over {{{\left({EI} \right)}_L}}}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_42} {w_{dyn}} = {1 \over {2 \cdot \zeta }} \cdot {w_{stat}} = {V_{\max }} \cdot {w_{stat}} \end{equation}

Historische Entwicklung

In der amerikanischen Literatur werden die personeninduzierten Schwingungen von Decken bereits 1828 erwähnt, vgl. TREDGOLD [10]. Sinngemäß übersetzt heißt es: „Träger mit großen Spannweiten sollten hoch (Querschnittshöhe) ausgeführt werden, um die Unannehmlichkeit zu vermeiden, dass man nicht umhergehen kann, ohne alles im Raum zu erschüttern.“

Diese Forderung mündete in einer Durchbiegungsbegrenzung von L/360 für Stahlträger unter Verkehrslast.

Trotz dieser Regelung wurden vor ca. 30 Jahren Probleme und Beschwerden durch personen-induzierte Schwingungen bei Decken auf Stahlfachwerkträgern bekannt. Seit ungefähr dieser Zeit wird an dem Phänomen der personeninduzierten Schwingungen an Decken und Brücken geforscht, vgl. MURRAY [11].

Ähnliches kann im Holzbau beobachtet werden:

Bis zur DIN 1052 [1] in der Fassung von 1988 wurde die Gebrauchstauglichkeit durch eine Durchbiegungsbegrenzung nachgewiesen. Bei Decken sind das die bekannten L/300 unter Volllast, bei Fußgängerbrücken L/400 unter Verkehrslast.

Bei den früher üblichen Raumabmessungen von ca. 4 m x 5 m war eine Durchbiegung unter Volllast bei L/300 von max. 13 mm erlaubt. Die modernen Bauherren wünschen sich immer größere, stützenfreie Räume. Mit Brettsperrholz sind die Querschnittsabmessungen fast beliebig, große Spannweiten können realisiert werden. Die „absolute" Durchbiegung unter Volllast bei Einhaltung von L/300 wird dadurch aber immer größer. Bei einer Spannweite von 6,5 m wären schon 22 mm zugelassen.

Mit einer Zunahme der „absoluten" Durchbiegung nimmt die Eigenfrequenz der Decke ab. Den sehr einfachen Zusammenhang zwischen der Durchbiegung unter der permanenten Last und der Eigenfrequenz beim gelenkig gelagerten Einfeldträger zeigt Glg. \eqref{eq:eqn_43} (analog zu Glg. \eqref{eq:eqn_9}).

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_43} {f_{e,perm}} = {5 \over {\sqrt {0,8 \cdot {w_{perm}}[cm]} }} \end{equation}$$

Der Index „perm" steht für permanent. Entsprechend ist w_{perm} die Durchbiegung unter ständiger Last (= Eigenlast g) plus quasi-ständigem Verkehrslastanteil. $f_{e,perm}$ ist die zugehörige erste Eigenfrequenz unter Berücksichtigung genau dieser Einwirkung. Im Sinne der DIN 1055-100 [12] wird der quasi-ständige Verkehrslastanteil bei Wohnungen mit 30 % der Verkehrslast p angenommen (Glg. \eqref{eq:eqn_44}).

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_44} {w_{perm}} = {w_{G,inst}} + {\psi _2} \cdot {w_{Q,inst}} = w(g) + 0,3 \cdot w(p) \end{equation}$$

Volllast: $q = g + p$ unter der Annahme, dass das Verhältnis $g:p$ = 1:1

$w(g) \approx w(p) \approx 0,5 \cdot w(q)$ (ohne Kriechanteil)

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_45} {w_{perm}} \approx 0,5 \cdot w(q) + 0,3 \cdot 0,5 \cdot w(q) = 0,65 \cdot w(q) \end{equation}$$

Näherungsweise gilt also für den 4 m langen Einfeldträger:

$L/300 = w(q) = 13{\text{ mm}}$

${w_{perm}} \approx 0,65 \cdot 13 = 8,5{\text{ mm}}$

${f_{e,perm}} = {5 \over {\sqrt {0,8 \cdot {w_{perm}}[cm]} }} = {5 \over {\sqrt {0,8 \cdot 0,85} }} = 6,1{\text{ Hz}}$

Der 6,5 m lange Einfeldträger mit:

$L/300 = w(q) = 22{\text{ mm}}$

${w_{perm}} \approx 0,65 \cdot 22 = 14,3{\text{ mm}}$

${f_{e,perm}} = {5 \over {\sqrt {0,8 \cdot {w_{perm}}[cm]} }} = {5 \over {\sqrt {0,8 \cdot 1,43} }} = 4,7{\text{ Hz}}$

Trotz Einhaltung des gewohnten Gebrauchstauglichkeitskriteriums von L/300 verschlechtert sich die dynamische Eigenschaft der Decke bei Erhöhung der Spannweite, da die Eigenfrequenz der Decke abnimmt, vgl. Abb. 8. Daraus folgt, dass der Schwingungsnachweis für Decken mit großen Spannweiten bemessungsrelevant wird.

Abb. 8: Zusammenhang zwischen Spannweite, Durchbiegung und Eigenfrequenz beim Einfeldträger und Konsequenzen für den Nachweis nach DIN 1052 [1] (schwarz) und EN 1995-1-1 [2] (rot)

Einwirkungen auf Decken – personeninduzierte Anregung

In Abhängigkeit von der Eigenfrequenz der Decke wird deren Schwingungsverhalten unterschiedlich wahrgenommen. Bei kleineren Frequenzen (bis ca. 8 Hz) ist das (Un-)Wohlempfinden von der Schwingbeschleunigung, bei größeren Frequenzen (ab ca. 8 Hz) von der Schwinggeschwindigkeit abhängig. Abb. 9, die sog. „Basiskurve“ aus ISO 2631-2 [13] verdeutlicht den Zusammenhang. Die obere „grüne Grenze“ gilt als die Wahrnehmbarkeitsgrenze.

Abb. 9: „Basiskurve“ aus ISO 2631-2 [13]

Dementsprechend werden die personeninduzierten Anregungen zur Beschreibung des Schwingungsverhaltens in drei Kategorien unterteilt, vgl. KREUZINGER/MOHR [14].

- kurzer Impuls durch Heeldrop
- einmalige Auslenkung durch Fußauftritt
- oft wiederholte Anregung durch Schritte

kurzer Impuls durch Heeldrop → Schwinggeschwindigkeit

Gemeint ist eine einmalige Anregung durch einen Impuls mit kurzer Einwirkungsdauer, wie z. B. beim Heeldrop (= Fersenauftritt).

Mathematisch gesehen ist der Impuls eine sehr kurze Krafteinwirkung auf ein System. Ein Maß für den Impuls p [Ns] ist das Integral der Kraft über die Zeit oder Masse mal Geschwindigkeit. Wird ein Balken nach Abb. 7 durch einen Impuls angeregt, schwingt er in seinen Eigenfrequenzen mit der Anfangsgeschwindigkeit v_{Balken}.

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_46} p = \int {F(t)} dt = {M_{Person}} \cdot {v_{Person}} = M_{Balken}^* \cdot {v_{Balken}} \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_47} {v_{Balken}} = {p \over {M_{Balken}^*}} = {{{M_{Person}} \cdot {v_{Person}}} \over {m \cdot {L \over 2}}} \end{equation}$$

Abb. 10: Verdeutlichung der mitschwingenden (= generalisierten) Masse nach einem Impuls

Beim Heeldrop stellt sich die Versuchsperson auf die Zehenspitzen und lässt sich auf die Fersen fallen. Vorteil des Heeldrops ist, dass er innerhalb einer Messreihe relativ gut reproduzierbar ist. Allerdings kann die Größe des erzeugten Impulses je nach Untergrund, Schuhwerk, Masse der Versuchsperson etc. schwanken. Abb. 11 zeigt den (angenommenen) Kraftverlauf beim Heeldrop. Bei einer Fallhöhe von 0,05 m und einer bewegten Masse von 55 kg wird von einem mittleren Heeldrop in der Größenordnung von 55 Ns ausgegangen (Glg. \eqref{eq:eqn_48}):

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_48} p = \int {F(t)} dt = {M_{Person}} \cdot {v_{Person}} = M \cdot \sqrt {2 \cdot g \cdot h} = 55 \cdot \sqrt {2 \cdot 9,81 \cdot 0,05} = 55{\text{ [N}} \cdot {\text{s]}} \end{equation}$$

Abb. 11: Kraft-Zeit-Verlauf beim Heeldrop

Aufgrund des Impulserhaltungssatzes (Glg. \eqref{eq:eqn_46}) ist die Masse der Decken entscheidend für deren Schwinggeschwindigkeit und die subjektive Bewertung des Schwingungsverhaltens. Nach den Erfahrungen der Autoren/innen bewirkt der Heeldrop keine störenden Schwinggeschwindigkeiten bei Decken mit Aufbauten, die alle üblichen Schallschutzanforderungen erfüllen. Sind die Decken einschließlich Deckenaufbauten jedoch zu leicht (oder noch im Rohbau), werden unangenehme Schwingungen beobachtet.

Die Geschwindigkeit eines Balkens (Glg. \eqref{eq:eqn_49}) bzw. einer zweiachsig gespannten Deckenplatte (Glg. \eqref{eq:eqn_50}) nach einem Heeldrop kann wie folgt berechnet werden:

\begin{equation} \label{eq:eqn_49} {\rm{v = }}{{55} \over {m \cdot e \cdot {L \over 2} + 50}} \end{equation}

e	Balkenabstand bzw. die Einflussbreite des Balkens in [m]
m	flächenbezogene Masse [kg/m²]
50	mitschwingende Masse der Versuchsperson [kg]

\begin{equation} \label{eq:eqn_50} v = {{0,6} \over {{m^{0,5}} \cdot \left({EI} \right)_L^{0,25} \cdot \left({EI} \right)_Q^{0,25}}}{\text{ [m/s]}} \end{equation}

Einmalige Auslenkung durch Fußauftritt → Steifigkeitskriterium

Damit ist eine einmalige Anregung durch einen länger andauernden Impuls mit anschließendem Abklingen der Schwingung gemeint, hervorgerufen durch z. B. einen einmaligen Fußauftritt.

Zur Begrenzung der Schwingungsantwort wird das Steifigkeitskriterium eingeführt. Nach MOHR [15] ist die Steifigkeit der Decke maßgebend für deren Schwingungsanfälligkeit.

Die Einhaltung einer bestimmten Steifigkeit bewirkt, dass die Auslenkung durch eine einmalige Einwirkung klein genug bleibt, z. B. die Durchbiegung infolge eines Fußauftrittes unterhalb eines Wertes bleibt. Die Steifigkeit wird ausgedrückt als Durchbiegung unter einer Einzellast in Feldmitte.

Oft wiederholte Anregung durch Schritte → Schwingungsbeschleunigung, beeinflusst durch Masse und Dämpfung

Personen geben beim Gehen, Laufen, Hüpfen, Tanzen etc. periodische Kräfte auf den Untergrund ab. Die Kraft lässt sich gut als Fourierreihe, d. h. als Summe mehrerer harmonischer Anteile mit i-facher Schrittfrequenz darstellen.

\begin{equation} \label{eq:eqn_51} {\rm{F(t) = }}{{\rm{F}}_0} \cdot \left({1 + \sum {{\alpha _i} \cdot \sin \left({2 \cdot \pi \cdot i \cdot {f_S} \cdot t - {\varphi _i}} \right)} } \right) \end{equation}

F_0 ist das Eigengewicht der Person. Es wird üblicherweise mit 700 N angesetzt.

Werte für die Schrittfrequenzen f_S, Fourierkoeffizienten α_i und die Phasenverschiebung φ_i sind in Tab. 2 angegeben.

Tab. 2: Schrittfrequenzen, Fourierkoeffizienten und Phasenverschiebung, siehe BACHMANN [16]

<table>
<tr><th></th><th>Frequenz</th><th colspan="3">Fourierkoeffizienten</th><th colspan="3">Phasenverschiebung</th></tr>
<tr><th></th><th>Hz</th><th>α_1</th><th>α_2</th><th>α_3</th><th>φ_1</th><th>φ_2</th><th>φ_3</th></tr>
<tr><td>Gehen vertikal</td><td rowspan="2">1,5 bis 2,4</td><td>0,4</td><td>0,2</td><td rowspan="2">0,1</td><td rowspan="2">0</td><td rowspan="2">$\pi/2$</td><td rowspan="2">$\pi/2$</td></tr>
<tr><td>horizontal</td><td>0,1</td><td>0,1</td></tr>
<tr><td>Laufen</td><td>2,5 bis 3,5</td><td>1,3</td><td>0,4</td><td>0,1</td><td>0</td><td>$\pi/2$</td><td>$\pi/2$</td></tr>
<tr><td>Hüpfen</td><td>2,0 bis 3,0</td><td>1,8</td><td>1,3</td><td>0,8</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Tanzen</td><td>2,0 bis 3,0</td><td>0,5</td><td>0,15</td><td>0,15</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Bei oft wiederholten Anregungen mit einer Anregungsfrequenz (= Schrittfrequenz), die der Hälfte oder einem Drittel der Eigenfrequenz entspricht, kann Resonanz entstehen. Die Decke kann sich aufschaukeln.

Abb. 12 zeigt den Kraft-Zeit-Verlauf der beim Gehen abgegebenen Kraft auf den Untergrund.

Die mittlere Schrittfrequenz liegt bei etwa 2 Hz mit einer Streuung von 1,5 bis 2,4 Hz (vgl. Tab. 2 und Abb. 13).

Da beim Gehen nicht nur Kräfte in der Schrittfrequenz sondern auch in den höheren (2. und 3.) harmonischen Anteilen abgegeben werden, kann Resonanz bei Decken mit Eigenfrequenzen bis 3·2,4 Hz = 7,2 Hz möglich sein. Die Kräfte der harmonischen Anteile in Abb. 13 sind vereinfachend für eine Schrittfrequenz von 2 Hz ± 0,5 Hz aufgetreten.

Abb. 12: Kraft-Zeit-Verlauf beim Gehen mit Schrittfrequenz f_s = 2 Hz

Abb. 13: Zusammenhang zwischen der Frequenz und der abgegebenen Kraft beim Gehen

Um Resonanz mit gehenden Personen zu vermeiden, sollte die Eigenfrequenz der Decke mindestens 7,2 Hz betragen. Falls dies nicht gelingt und die Eigenfrequenz im Bereich der Streuung der zweiten oder dritten Harmonischen liegt, kann die Beschleunigung der Decke infolge einer gehenden Person wie folgt berechnet werden:

Für die Beschleunigung des Einfeldträgers nach Abb. 7 infolge einer gehenden Person gilt:

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_52} a{\text{ }}[m/{s^2}] = {{{F_{dyn}}} \over {{M^*} \cdot 2 \cdot \zeta }} = {{0,4 \cdot F(t){\text{ [N]}}} \over {m{\text{ [kg/m]}} \cdot 0,5 \cdot L{\text{ [m]}} \cdot 2 \cdot \zeta }} \end{equation}$$

Für ein einachsig oder zweiachsig gespanntes Deckenfeld als Einfeldträger mit der (Raum-) Breite b:

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_53} a{\text{ }}[m/{s^2}] = {{{F_{dyn}}} \over {{M^*} \cdot 2 \cdot \zeta }} = {{0,4 \cdot F(t){\text{ [N]}}} \over {m{\text{ [kg/}}{{\text{m}}^2}{\text{]}} \cdot 0,5 \cdot b{\text{ [m]}} \cdot 0,5 \cdot L{\text{ [m]}} \cdot 2 \cdot \zeta }} \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_54} {F_{dyn}} = 0,4 \cdot F(t) \end{equation}$$

Die einwirkende zeit- und ortsveränderliche Kraft wird mit 40 % der Kraft $F(t)$ nach Abb. 12 und Abb. 13 angesetzt. Der Faktor 0,4 berücksichtigt die wechselnde Einwirkungsstelle und die Tatsache, dass die Einwirkungsdauer begrenzt ist (Abb. 14) und der eingeschwungene Zustand meist nicht ganz erreicht wird, vgl. KREUZINGER/MOHR [14].

Das bedeutet, wenn nicht nur eine gehende Person, sondern eine Gruppe von n im Gleichschritt gehenden Personen angesetzt wird, lautet Glg. \eqref{eq:eqn_54}: $F_{dyn} = n \cdot F(t)$

In Glg. \eqref{eq:eqn_52} und Glg. \eqref{eq:eqn_53} ist m die charakteristische Masse der Decke nach DIN 1052 [1]; b/2 ist die mitschwingende Breite des Deckenfeldes. Bei für BSP-Platten üblichen Querbiegesteifigkeiten und Raumabmessungen mit b ≤ 1,5 · l kann für b die Raumbreite eingesetzt werden.

Abb. 14: Verdeutlichung der Zeit- und Ortsabhängigkeit der Kraft auf den Untergrund beim Gehen, aus KREUZINGER [17]

Übersicht zum aktuellen Stand der Normung und der Forschung

Stand der Normung

Um einen besseren Überblick über die beschriebenen Nachweise nach DIN 1052 [1] und EN 1995-1-1 [2] zu bekommen, sind diese hier in Ablaufdiagrammen in Abb. 15 und in Abb. 15 dargestellt.

Abb. 15: Ablauf des Schwingungsnachweises im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nach DIN 1052 [1] und den Erläuterungen zu DIN 1052:2004 [4]

Abb. 16: Ablauf des Schwingungsnachweises im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nach EN 1995-1-1:2004 [2]

Stand der Forschung

Deckenschwingungen werden vom Nutzer auch aufgrund seines persönlichen Verhältnisses zum Bauwerk und zur Aktivität unterschiedlich bewertet. Der Unterschied hängt davon ab, ob sich der Empfänger in einem engen Bezug zum Anreger (z. B. Zuschauer oder Aktiver mit sportlicher Betätigung) befindet oder sich durch den Anreger eher gestört fühlt (z. B. Nachbarn, Kinder), KREUZINGER/MOHR (1999) [14].

Aus diesem Grund wurden im Rahmen des Forschungsvorhabens WINTER, HAMM, RICHTER (2009) [9] die Anforderungen an die dynamischen Eigenschaften einer Decke in Abhängigkeit von ihrer Einbaulage entwickelt.

Als Basis dieser Zusammenstellung wurde jeder Versuchsaufbau beim Begehen subjektiv bewertet und den Bewertungsstufen analog KREUZINGER/MOHR (1999) [14] zugeordnet. Tab. 3 zeigt die Bewertungsskala.

Tab. 4 zeigt eine Zusammenfassung der vorgeschlagenen Bemessungs- und Konstruktionsregeln, die auch in HAMM, RICHTER (2009) [:ref:hamm_richter_2009] zusammengefasst veröffentlicht wurden, vgl. Abb. 17. In Tab. 4 werden drei Schwingungsverhaltensklassen vorgeschlagen und mit Kriterien aufgeführt. Die Nutzung und die Anforderungen an das Schwingungsverhalten sollten auf dieser Basis verbindlich vom Planer mit dem Bauherren vereinbart werden.

Eine aktuell in der Fachwelt stattfindende Meinungsbildung zur Definition von Schwingungsverhaltensklassen ist noch nicht abgeschlossen.

Tab. 3: Bewertungskriterien (subjektiv) nach KREUZINGER/MOHR (1999) [14]

(Gesamt)-Beurteilung	**1**	**2**	**3**	**4**
In Worten:	Schwingungen kaum spürbar	Schwingungen spürbar, wenn man sich darauf konzentriert	Schwingungen (und/oder Vibrationen) spürbar	Schwingungen (und/oder Vibrationen) deutlich spürbar
	nicht störend	nicht störend	z. T. störend	störend / unangenehm
Anforderungen	hoch	←——————————————————→		niedrig

Abb. 17: Ablauf des Schwingungsnachweises im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nach HAMM/RICHTER (2009) [18]

Tab. 4: Zusammenhang zwischen Bewertung des dynamischen Verhaltens bzw. der Einbaulage und den Grenzwerten und konstruktiven Anforderungen

Einbaulage und Bewertung	Decken zwischen unterschiedlichen Nutzungseinheiten (Bewertung 1,0 bis 1,5)	Decken innerhalb einer Nutzungseinheit (Bewertung 1,5 bis 2,5)	Keine Anforderungen an das Schwingungsverhalten
Im Rahmen des Vorhabens untersuchte Raumnutzung	z. B. Flure mit kurzen Spannweiten, z. B. für Nutzungen als Wohnungstrenndecken in Mehrfamilienhäusern, Decken in Büros mit PC-Nutzung oder Besprechungsräumen	z. B. Decken in üblichen Einfamilienhäusern, Decken im Bestand, oder mit Zustimmung des Bauherren	z. B. Decken unter nicht genutzten Räumen oder nicht ausgebauten Dachräumen
Beschreibung der Empfindungen des Schwingungsverhaltens	Schwingungen werden gar nicht oder nur gering spürbar, wenn man sich darauf konzentriert und nicht als störend empfunden.	Schwingungen werden als spürbar, jedoch nicht als störend empfunden.	Schwingungen werden als spürbar bis deutlich spürbar, unangenehm und auch teilweise störend empfunden.
Frequenzkriterium $f_e \geq f_{grenz}$	f_{grenz} = 8 Hz	f_{grenz} = 6 Hz	-
Steifigkeitskriterium $w(2kN) \leq w_{grenz}$	w_{grenz} = 0,5 mm	w_{grenz} = 1,0 mm	-
Genauere Untersuchung nur, wenn $f_e < f_{grenz}$	$f_{min} \leq f_e < f_{grenz}$ mit f_{min} = 4,5 Hz und a_{grenz} = 0,05 m/s²	$f_{min} \leq f_e < f_{grenz}$ mit f_{min} = 4,5 Hz und a_{grenz} = 0,10 m/s²	-
Konstruktive Anforderungen bei schwimmenden Nassestrichen	schwimmend auf schwerer oder leichter Schüttung	schwimmend (auch ohne Schüttung)	-

Konstruktive Anforderungen bei schwimmenden Trockenestrichen	schwimmend auf schwerer Schüttung [1]	schwimmend auf schwerer Schüttung [2]	-

Prinzipiell sind schwimmende Nassestriche aufgrund ihrer höheren Masse und Steifigkeit besser geeignet als Trockenestriche.

Eine (möglichst schwere) Schüttung verbessert das Schwingungsverhalten ebenfalls.

Gleichzeitig bietet sie die Möglichkeit der Installationsführung. Je schwerer die Schüttung, desto größer die Verbesserung der subjektiven Bewertung. Als „schwere" Schüttung werden Schüttungen mit einem Flächengewicht von mindestens 60 kg/m² bezeichnet. Dies entspricht z. B. einer 4 cm dicken Kalksplittschicht.

Bemessungsvorschlag / Schwingungsnachweis

Frequenzkriterium

Allgemeines

Die Eigenfrequenz der Decke soll so hoch gewählt werden, dass Resonanz aus Gehen vermieden wird. Die Grenzwerte sind abhängig von der zugrunde gelegten Norm.

Die Eigenfrequenz wird nach den Glg. \eqref{eq:eqn_1} bzw. Glg. \eqref{eq:eqn_35} und Glg. \eqref{eq:eqn_37} berechnet, wobei nach EN 1995-1-1 [2] für die Masse m nur vom charakteristischen „Eigengewicht der Decke und anderen ständigen Einwirkungen" (vgl. EN 1995-1-1 [2] 7.3.3 (3)) ausgegangen wird. Im Gegensatz dazu legt die DIN 1052 [1] die charakteristische quasi-ständige Einwirkung nach Glg. \eqref{eq:eqn_44} zugrunde.

In Auswertungen des Forschungsvorhabens WINTER, HAMM, RICHTER (2009) [9] empfehlen die Autorinnen, die Masse m wie im EN 1995-1-1 [2] empfohlen zu berechnen.

Liegt die Decke auf Unterzügen auf, so ist bei der Berechnung der Eigenfrequenz und der Durchbiegung unter der charakteristischen Einzellast F_k die Durchbiegung der Unterzüge zusätzlich zu berücksichtigen. D. h. die Summe der Durchbiegungen muss die Grenzwerte einhalten. Ein ausführlicher Beitrag zur Berücksichtigung der Lagerung auf Unterzügen findet sich in HAMM [19].

Grenzwerte nach DIN 1052

„Bei Decken unter Wohnräumen sollten, um Unbehagen verursachende Schwingungen zu vermeiden, die am ideellen Einfeldträger ermittelten Durchbiegungen $w_{G,inst} + \psi_2 \cdot w_{Q,inst}$ (Glg. \eqref{eq:eqn_44}) aus ständiger und quasi-ständiger Einwirkung auf 6 mm begrenzt werden. Die Spannweite des Einfeldträgers ist bei Mehrfeldträgern die größte Feldweite L. Die elastische Einspannung in Nachbarfelder darf bei der Berechnung der Durchbiegung $w_{G,inst} + \psi_2 \cdot w_{Q,inst}$ berücksichtigt werden."

\begin{equation} \label{eq:eqn_55} {w_{perm}} \le 6{\text{ mm}} \end{equation}

Nach Umrechnung mit Glg. \eqref{eq:eqn_43} steckt hinter dieser Durchbiegungsbeschränkung (Glg. \eqref{eq:eqn_55}) eine Frequenzbegrenzung auf mindestens 7,2 Hz, vgl. Glg. \eqref{eq:eqn_56}

\begin{equation} \label{eq:eqn_56} {f_{e,perm}} \ge 7,2{\text{ Hz}} \end{equation}

Grenzwerte nach den Erläuterungen zu DIN 1052:2004

Die Durchbiegungsbegrenzung nach Glg. \eqref{eq:eqn_55} auf 6 mm ist unabhängig von der Spannweite der Decke einzuhalten. Vor allem bei Decken mit großen Spannweiten wird diese Forderung bemessungsrelevant.

Nach den Erläuterungen zu DIN 1052:2004 [4] können Decken mit Eigenfrequenzen kleiner 7,2 Hz ausgeführt werden. Die Eigenfrequenz der Decke unter quasi-ständiger Einwirkung $f_{e,perm}$ sollte jedoch mindestens 6 Hz betragen:

\begin{equation} \label{eq:eqn_57} {f_{e,perm}} \ge 6,0{\text{ Hz}} \end{equation}

Bei einem Einfeldträger entspricht das einer Durchbiegung von

\begin{equation} \label{eq:eqn_58} {w_{perm}} \le 9{\text{ mm}} \end{equation}

Grenzwerte nach EN 1995-1-1

Wohnungsdecken sollten unter ständigen Einwirkungen eine Eigenfrequenz von mindestens 8 Hz aufweisen:

\begin{equation} \label{eq:eqn_59} {f_e} \ge 8,0{\text{ Hz}} \end{equation}

Bei einem Einfeldträger entspricht das einer Durchbiegung unter Gleichlast (wieder unabhängig von der Spannweite) von:

\begin{equation} \label{eq:eqn_60} w \le 5{\text{ mm}} \end{equation}

Für Decken mit Eigenfrequenzen kleiner als 8,0 Hz sind genauere Untersuchungen zu führen, die jedoch im Eurocode nicht weiter erläutert werden.

Grenzwerte nach HAMM, RICHTER (2009)

Im Rahmen des aktuell laufenden Forschungsvorhabens WINTER, HAMM, RICHTER (2009) [9] wurden auch Decken mit Eigenfrequenzen kleiner als 6 Hz untersucht. Die Ergebnisse wurden bereits veröffentlicht in HAMM, RICHTER (2009) [18]. Die Eigenfrequenz der Decke unter ständigen charakteristischen Einwirkungen soll so hoch gewählt werden, dass Resonanz aus Gehen vermieden wird, Glg. \eqref{eq:eqn_61}. Die Grenzwerte sind abhängig von der Einbaulage bzw. den Anforderungen an das Empfinden des Schwingungsverhaltens nach Tab. 4, vgl. Glg. \eqref{eq:eqn_62} und Glg. \eqref{eq:eqn_63}.

\begin{equation} \label{eq:eqn_61} {f_e} \ge {f_{grenz}} \end{equation}

- Für Bewertungen von 1,0 bis 1,5:

\begin{equation} \label{eq:eqn_62} {f_{grenz}} = 8{\text{ Hz}} \end{equation}

- Für Bewertungen von 1,5 bis 2,5:

\begin{equation} \label{eq:eqn_63} {f_{grenz}} = 6{\text{ Hz}} \end{equation}

Die Eigenfrequenz kann durch Messung oder Berechnung ermittelt werden. Dabei darf berücksichtigt werden:

- Die Biegesteifigkeit des Estrichs (Achtung bei Installationsführungen oder Fertigteilen oder Fugen im Estrich sind Reduzierungen der Biegesteifigkeit des Estriches zu berücksichtigen),
- Vierseitige Lagerung und ggf. die Drillsteifigkeit $(EI)_D$ sowie die
- Durchlaufwirkung.

Die Durchlaufwirkung darf berücksichtigt werden (z. B. mit Hilfe von Tabelle 9/3 aus den Erläuterungen zu DIN 1052:2004 [4] oder mit geeigneter Software). Eine Berechnung am Ersatzsystem eines gelenkig gelagerten Einfeldträgers mit der Spannweite gleich der größten Feldlänge (unter Vernachlässigung der Durchlaufwirkung) liegt auf der sicheren Seite.

Für die Masse m wird nur vom Eigengewicht der Decke und anderen ständigen Einwirkungen ausgegangen. Der Trennwandzuschlag und die Verkehrslast werden nicht mit angesetzt.

Für Einfeldträger, z. B. für eine Holzbalkendecke, kann die Ermittlung der Eigenfrequenz nach Glg. \eqref{eq:eqn_64} und Abb. 18 erfolgen.

Abb. 18: Einfeldträger: Schwingungen in der ersten Eigenfrequenz und Querschnitt

\begin{equation} \label{eq:eqn_64} {f_{e,1}} = {\pi \over {2 \cdot {L^2}}} \cdot \sqrt {{{{{\left({EI} \right)}_L}} \over m}} = {f_{Balken}} \end{equation}

mit

\begin{equation} \label{eq:eqn_65} I = {{{b_{Balken}} \cdot {h^3}} \over {12}} \end{equation}

Für die drillweiche orthotrope Platte mit gelenkiger vierseitiger Lagerung, z. B. BSP-Platten oder Brettstapel mit zweiachsiger Spannrichtung gilt folgende Gleichung für die Eigenfrequenz.

Dabei wird eine ausreichende Verbindung der einzelnen Plattenelemente vorausgesetzt.

\begin{equation} \label{eq:eqn_66} {f_{Platte}} = {f_{Balken}} \cdot \sqrt {1 + {1 \over {{\alpha ^4}}}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_67} \alpha = {b \over L} \cdot \root 4 \of {{{{{\left({EI} \right)}_L}} \over {{{\left({EI} \right)}_Q}}}} \end{equation}

b	Spannweite in Querrichtung oder Deckenbreite
$(EI)_L$	effektive Biegesteifigkeit in Längsrichtung je Meter
$(EI)_Q$	effektive Biegesteifigkeit in Querrichtung je Meter, mit $(EI)_L$ > $(EI)_Q$

Gegenüberstellung DIN 1052 und EN 1995-1-1

Werden die Frequenzkriterien nach DIN 1052 [1] und EN 1995-1-1 [2] gegenübergestellt, so erhält man Folgendes:

Tab. 5: Gegenüberstellung der Frequenzkriterien

	Einwirkung	Mindesteigenfrequenz
DIN 1052 [1]	$g + \psi_2 \cdot q = g + 0,3 \cdot q$	7,2 Hz
EN 1995-1-1 [2]	g	8,0 Hz
HAMM, RICHTER (2009) [18]	g	4,5 Hz bzw. 6,0 Hz bzw. 8,0 Hz

Anmerkung: Im Gegensatz zum Grunddokument EN 1995:2004 [2] wird in ON B 1995:2009 (nationaler Anhang für Österreich [20]) für die Bestimmung der Eigenfrequenz die quasi-ständige Einwirkungskombination verwendet.

Die Einwirkung (Masse) steht bei der Frequenzberechnung unter der Wurzel, weshalb sich folgender Zusammenhang ergibt:

$$\sqrt {{g \over {g + 0,3 \cdot q}}} = {{7,2} \over {8,0}} \tag{eq:eqn_68}$$

und daraus ein Verhältnis von Eigenlast zu Verkehrslast von g/q = 1,28, ab welchem sich eine Berechnung nach DIN 1052 [1] als vorteilhafter erweist.

Bei einer Verkehrslast von q = 2,0 kN/m² entspricht das einer Eigenlast von g = 2,56 kN/m², also in etwa dem „schweren“ Aufbau in den später beschriebenen Laboruntersuchungen.

Begrenzung der Schwingbeschleunigung bzw. der Schwinggeschwindigkeit

Allgemeines

Der Nachweis der Schwingbeschleunigung wird nur in den Erläuterungen zu DIN 1052:2004 [4] für Decken im Frequenzbereich zwischen 6,0 Hz und 7,2 Hz gefordert. Mit diesem Nachweis wird die Tatsache berücksichtigt, dass bei Frequenzen kleiner als ca. 8,0 Hz die Schwingbeschleunigung, bei Frequenzen größer als 8,0 Hz die Schwinggeschwindigkeit verstärkt wahrgenommen wird.

Im Gegensatz dazu werden im EN 1995-1-1 [2] nur Decken mit Frequenzen über 8 Hz behandelt, entsprechend werden dort die Schwinggeschwindigkeiten untersucht.

Nach den Erfahrungen der Autoren/innen wird der Nachweis der Geschwindigkeit bei BSP-Decken mit „üblichem“ Schallschutzaufbau jedoch nicht maßgebend. Vereinfachend kann man sich dann auf die Nachweise Eigenfrequenz und Steifigkeit beschränken.

Nach HAMM/RICHTER (2009) [18] wird der Nachweis der Schwingungsbeschleunigung für Decken mit einer Frequenz f_{min} ≤ f_e < f_{grenz} empfohlen.

Grenzwerte der Schwingbeschleunigung nach DIN 1052 und nach den Erläuterungen zu DIN 1052:2004

Die Beschleunigung der Decke infolge eines Gehers sollte nicht größer sein als 0,1 m/s^2, Glg. \eqref{eq:eqn_69}. Dieser Nachweis kann nur von sehr schweren Decken und/oder Decken mit großer mitschwingender Masse (Breite bzw. Spannweite) erfüllt werden. Nach den Erfahrungen der Autoren/innen ist das Einhalten dieses Nachweises nicht erforderlich, wenn ein Aufbau mit schwimmend gelagertem Nassestrich bzw. Trockenestrich mit Splittschüttung vorhanden ist (und die Nachweise Eigenfrequenz und Steifigkeit eingehalten sind).

\begin{equation} \label{eq:eqn_69} a \le 0,1{\text{ [m/}}{{\text{s}}^2}{\text{]}} \end{equation}

Zur Berechnung der Beschleunigung nach Glg. \eqref{eq:eqn_52} bzw. Glg. \eqref{eq:eqn_53} wird von Resonanz zwischen der Eigenfrequenz und der dritten Harmonischen ausgegangen, d. h. von einer Schrittfrequenz gleich 1/3 der Eigenfrequenz.

Genauere Untersuchungen nach HAMM/RICHTER (2009)

siehe [18] bzw. Tab. 4

Vor allem bei Decken mit großen Spannweiten wird die Forderung nach einer Grenzfrequenz bemessungsrelevant. Es können auch Decken mit Eigenfrequenzen kleiner als die Grenzfrequenz ausgeführt werden, wenn die Schwingbeschleunigung nach Glg. \eqref{eq:eqn_72} begrenzt wird und eine Mindestfrequenz nach Glg. \eqref{eq:eqn_71} eingehalten wird.

Der Nachweis der Schwingbeschleunigung führt in der Regel nur bei ausreichend schweren Decken (hauptsächlich großflächigen Holz-Beton-Verbunddecken) zum Erfolg.

\begin{equation} \label{eq:eqn_70} {f_{\min }} \le {f_e} < {f_{grenz}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_71} {f_{\min }} = 4,5{\text{ Hz}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_72} a \le {a_{grenz}} \end{equation}

- Für Bewertungen von 1,0 bis 1,5:

\begin{equation} \label{eq:eqn_73} {a_{grenz}} = 0,05{\text{ m/}}{{\rm{s}}^{\rm{2}}} \end{equation}

- Für Bewertungen von 1,5 bis 2,5:

\begin{equation} \label{eq:eqn_74} {a_{grenz}} = 0,10{\text{ m/}}{{\rm{s}}^{\rm{2}}} \end{equation}

Die Messwerte der Beschleunigung streuen stark und sollten dem Nachweis nicht zugrunde gelegt werden, da noch keine definierte Einwirkung gefunden wurde, die für alle Deckentypen zu reproduzierbaren Messergebnissen führt.

Falls die Eigenfrequenz im Bereich der Streuung der zweiten oder dritten Harmonischen liegt, kann die Beschleunigung für ein einachsig oder zweiachsig gespanntes Deckenfeld als Einfeldträger mit der

(Raum-) Breite b infolge einer gehenden Person nach Glg. \eqref{eq:eqn_52} berechnet werden. Die anzusetzende dynamische Kraft ist abhängig von der Eigenfrequenz der Decke (vgl. Abb. 13). Die Kräfte der harmonischen Anteile $F(t)$ in Abb. 13 sind vereinfachend für eine Schrittfrequenz von 2 Hz ± 0,5 Hz aufgetragen.

Grenzwerte der Schwinggeschwindigkeit nach EN 1995-1-1

Nach EN 1995-1-1 [2] wird für Decken mit Eigenfrequenzen größer 8,0 Hz die Schwinggeschwindigkeit nach Glg. \eqref{eq:eqn_75} bis Glg. \eqref{eq:eqn_77} untersucht. Im Rahmen der Untersuchungen WINTER/HAMM/RICHTER [9] wurde festgestellt, dass dieses Kriterium nur äußerst selten maßgebend wird (siehe oben und Kapitel Zusammenfassung).

\begin{equation} \label{eq:eqn_75} v \le {b^{\left({{f_{e,1}} \cdot \zeta - 1} \right)}}{\text{ [m/(N}}{{\rm{s}}^2}){\rm{]}}} \end{equation}

v ist die Geschwindigkeit nach einem Einheitsimpuls (Einheitsimpulsgeschwindigkeitsreaktion in [m/(Ns²)]) und darf für rechteckige, an allen Rändern gelenkig gelagerte Decken nach Glg. \eqref{eq:eqn_76} berechnet werden.

\begin{equation} \label{eq:eqn_76} {v = }{{4 \cdot \left({0,4 + 0,6 \cdot {n_{40}}} \right)} \over {m \cdot b \cdot L + 200}} \end{equation}

n_{40} ist die Anzahl der Schwingungen 1. Ordnung mit einer Resonanzfrequenz bis zu 40 Hz:

\begin{equation} \label{eq:eqn_77} n_{40} = {\left[{\left({{{\left({{{40} \over {{f_{Balken}}}}} \right)}^2} - 1} \right) \cdot {{\left({{b \over L}} \right)}^4} \cdot {{{{\left({EI} \right)}_L}} \over {{{\left({EI} \right)}_Q}}}} \right]^{0,25}} \end{equation}

$(EI)_L$ bzw. $(EI)_Q$	sind die äquivalenten Plattenbiegesteifigkeiten der Decke in Längs- bzw. in Querrichtung mit $(EI)_L$ ≥ $(EI)_Q$,
f_{Balken}	ist die erste Eigenfrequenz des Systems, bei Einfeldträgern nach Glg. \eqref{eq:eqn_35},
ζ	ist die Dämpfung nach Tab. 1,
b	in Glg. \eqref{eq:eqn_76} und Glg. \eqref{eq:eqn_77} ist die Deckenfeldbreite
b	in Glg. \eqref{eq:eqn_75} ist der Grenzwert nach Abb. 19, empfohlen wird hier b = 150.

Grenzwerte der Schwinggeschwindigkeit nach KREUZINGER/MOHR

Nach KREUZINGER/MOHR [14] sollte der Grenzwert für die Einheitsimpulsgeschwindigkeitsreaktion auf ein Drittel reduziert werden, vgl. Glg. \eqref{eq:eqn_78}.

\begin{equation} \label{eq:eqn_78} v \le {1 \over 3} \cdot {b^{\left({{f_{e,1}} \cdot \zeta - 1} \right)}}{\text{ [m/(N}}{{\rm{s}}^2})){\rm{]}}} \end{equation}

Grenzwerte der Schwinggeschwindigkeit infolge Heeldrop für Vergleich mit Messwerten

Weil der Einheitsimpuls eine theoretische, unter normalen Bedingungen nicht erzeugbare Größe ist, wird in KREUZINGER/MOHR [14] vorgeschlagen, den Vergleich über die Geschwindigkeit nach einem Heeldrop (Glg. \eqref{eq:eqn_49} und Glg. \eqref{eq:eqn_50}) zu führen. Der Heeldrop wird durch einen Impuls mit 55 Ns beschrieben. Im Unterschied zum Einheitsimpuls ist die Einwirkzeit größer 0 sec., die Antwort ist abhängig vom Kraft-Zeit-Verlauf und dem Plötzlichkeitsgrad. Deshalb kann der Grenzwert nicht linear zum Einheitsimpuls umgerechnet werden.

In den Erläuterungen zu DIN 1052:2004 [4] und in KREUZINGER/MOHR [14] wird als Grenzwert für die Geschwindigkeit nach einem Heeldrop der 6-fache Wert der Einheitsimpulsgeschwindigkeitsreaktion (Glg. \eqref{eq:eqn_79}) vorgeschlagen.

\begin{equation} \label{eq:eqn_79} {v_{Heeldrop}} \le 6 \cdot {b^{\left({{f_{e,1}} \cdot \zeta - 1} \right)}}{\text{ [m/s]}} \end{equation}

Steifigkeitskriterium

Allgemeines

Im Rahmen der Untersuchungen in KREUZINGER/MOHR [14] und WINTER/HAMM/RICHTER [9] wurde festgestellt, dass das Steifigkeitskriterium mindestens ebenso wichtig einzustufen ist wie das Frequenzkriterium. Dabei sollte die Steifigkeit der Decke so hoch sein, dass die Durchbiegung unter einer Kraft von 1 kN in Feldmitte einen bestimmten Wert nicht übersteigt. Welcher Grenzwert in Glg. \eqref{eq:eqn_80} verwendet wird, hängt vom System der Decke, von den Anforderungen des Bauherrn und der zugrunde gelegten Norm ab.

\begin{equation} \label{eq:eqn_80} {w_{stat}}(1kN) \le {\rm{Grenzwert}} \end{equation}

Die Durchbiegung w_{stat} infolge der Kraft F = 1 kN kann bei einer Platte vereinfachend für einen 1 m breiten Plattenstreifen berechnet werden. Für eine genauere Betrachtung kann für einachsig gespannte Platten die mitwirkende Plattenbreite bef nach Glg. \eqref{eq:eqn_40} berücksichtigt werden. Zweiachsig gespannte Platten können als Trägerrost berechnet werden.

Nachgiebige Lagerungen auf Unterzügen sind zu berücksichtigen.

Grenzwerte nach DIN 1052 und den Erläuterungen zu DIN 1052:2004

In den Erläuterungen zu DIN 1052:2004 [4] und in HAMM [21] sind unterschiedliche Grenzwerte genannt, vgl. Tab. 6. Welche Grenzwerte für die Durchbiegung infolge einer an ungünstiger Stelle wirkenden Einzellast von F_k = 1 kN verwendet werden, ist mit dem Bauherrn zu vereinbaren.

\begin{equation} \label{eq:eqn_81} {w_{stat}}(1kN) \le 0,25;{\text{ 0,5; 1,0 mm}} \end{equation}

Tab. 6: Grenzwerte für Untersuchung zur Steifigkeit

Grenzwerte für Steifigkeit	**Statisches System**	
	Durchlaufträger mit	**Einfeldträger mit**
w(1 kN) ≤ 1,00 mm	-	geringer Anforderung
w(1 kN) ≤ 0,50 mm	geringer Anforderung	höherer Anforderung
w(1 kN) ≤ 0,25 mm	höherer Anforderung	sehr hoher Anforderung

Variable Grenzwerte nach EN 1995-1-1

EN 1995-1-1 [2] sieht variable Grenzwerte für den Schwingungsnachweis vor, vgl. Abb. 19 (Grenzwerte für die Durchbiegung infolge einer an ungünstiger Stelle wirkenden Einzellast von F_k = 1 kN):

Richtung 1 bedeutet „besseres Verhalten" und Richtung 2 „schlechteres Verhalten". Erfahrungsgemäß ist es sehr empfehlenswert, die Werte im Bereich 1 einzuhalten, d. h. a = 0,5 … 1,0 mm, bei sehr hohen Anforderungen auch 0,25 mm.

\begin{equation} \label{eq:eqn_82} {w \over F} \le a{\text{ [mm/kN]}} \end{equation}

Abb. 19: Empfohlene Bereiche für die Grenzwerte nach EN 1995-1-1 [2]

Grenzwerte nach HAMM/RICHTER (2009)

Die Steifigkeit der Decke sollte so hoch sein, dass die Durchbiegung unter einer Kraft von 2 kN in Feldmitte einen bestimmten Wert nicht übersteigt. Welcher Grenzwert in Glg. \eqref{eq:eqn_83} verwendet wird, hängt von den Anforderungen des Bauherrn ab, vgl. Tab. 4.

\begin{equation} \label{eq:eqn_83} w(2kN) \le {w_{grenz}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_84} {w_{grenz}} = 0,5{\text{ mm}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_85} {w_{grenz}} = 1,0{\text{ mm}} \end{equation}

Die Durchbiegung w(2 kN) infolge der Kraft F_k = 2 kN wird für einachsig gespannte Platten bezogen auf einen Deckenstreifen mit der Breite $b_{w(2 kN)}$ nach Glg. \eqref{eq:eqn_86} am gelenkig gelagerten Einfeldträger ermittelt. Die Angemessenheit der Breite für die Mannlast ist durch den Planer mit Blick auf die tatsächliche Konstruktion zu überprüfen. Zweiachsig gespannte Platten können als Trägerrost berechnet werden. Bei Durchlaufträgern darf die Durchlaufwirkung nicht berücksichtigt werden. Hier erfolgt der Nachweis am Ersatzsystem eines beidseitig gelenkig gelagerten Einfeldträgers mit der Spannweite des größten Feldes.

\begin{equation} \label{eq:eqn_86} {b_{w(2kN)}} = \min \left\{ {\matrix{ {{b_{ef}}} \cr {{\rm{Raumbreite}}} \cr } } \right. \end{equation}

mit

\begin{equation} \label{eq:eqn_87} {b_{ef}} = {L \over {1,1}} \cdot \root 4 \of {{{{{\left({EI} \right)}_Q}} \over {{{\left({EI} \right)}_L}}}} = {b \over {1,1 \cdot \alpha }} \end{equation}

mit α nach Glg. \eqref{eq:eqn_38}

Die **Längsbiegesteifigkeit** darf aus der Summe der Biegesteifigkeit der Rohdecke und der Biegesteifigkeit des Estrichs ohne Steinersche Anteile ermittelt werden. Die **Querbiegesteifigkeit** darf aus der Summe der Querbiegesteifigkeit der Rohdecke und der Biegesteifigkeit des Estrichs ohne Verbundwirkung (ohne Steinersche Anteile) ermittelt werden. Bei Installationsführungen oder Fugen im Estrich oder Ausführung als Fertigteil mit Fugen ist die Biegesteifigkeit des Estrichs entsprechend zu reduzieren. Nicht kraftschlüssig ausgeführte Stöße zwischen Elementen bzw. Fertigteilen müssen bei der Ermittlung der Querbiegesteifigkeit der Rohdecke oder der anzusetzenden Raumbreite berücksichtigt werden. Liegt die Decke nachgiebig auf Unterzügen auf, so ist bei der Berechnung der Durchbiegung unter der Einzellast F die Durchbiegung der Unterzüge zusätzlich zu berücksichtigen d. h., die Summe der Durchbiegungen muss die Grenzwerte einhalten.

Zusammenfassung

BSP-Decken haben das Schwingungsverhalten betreffend einige Vorteile: Sie besitzen durch die massive und flächige Bauweise eine relativ hohe Eigenmasse und Querbiegesteifigkeit (im Vergleich z. B. zu einer Holzbalkendecke). Außerdem ist durch den Aufbau aus Längs- und Querlagen die Dämpfung höher. Bei zweiachsig gespannten Deckenfeldern führt die Drillsteifigkeit der massiven Platten zu höheren Eigenfrequenzen.

Messungen an Decken ohne Aufbauten, d. h. noch während des Rohbauzustandes, zeigten, dass die Anordnung einer schwimmenden Estrichschicht jedoch sehr wichtig ist – nicht nur für den Schallschutz sondern auch für das Empfinden des Schwingungsverhaltens.

Ein solcher **(Tritt-)Schallschutz-Aufbau** sollte gegeben sein.

Zur Nachweisführung ist das **Frequenzkriterium** entweder nach DIN 1052 [1] (Glg. \eqref{eq:eqn_55} bzw. Glg. \eqref{eq:eqn_56}) nach EN 1995-1-1 [2] (Glg. \eqref{eq:eqn_57}) oder HAMM/RICHTER [18] (Tab. 4) einzuhalten. Dabei darf nach Meinung der Autoreninnen die Biegesteifigkeit des Estrichs (ohne Steineranteil) bei der Berechnung der Eigenfrequenz berücksichtigt werden.

Zusätzlich empfehlen die Autorinnen, das **Steifigkeitskriterium** nach Glg. \eqref{eq:eqn_40} bzw. \eqref{eq:eqn_83} mit einem Grenzwert je nach Anforderung zwischen 0,5 mm und 1 mm, ermittelt am gelenkig gelagerten Einfeldträger als Ersatzsystem, einzuhalten.

Der dritte nach ON EN 1995-1-1 [2] empfohlene Nachweis (**Nachweis der Geschwindigkeit**) untersucht die Einheitsimpulsgeschwindigkeitsreaktion. In allen 130, im Rahmen des erwähnten Forschungsvorhabens untersuchten Decken war der Nachweis der Geschwindigkeit nach dem Einheitsimpuls eingehalten, sogar bei Rohkonstruktionen und anderen als unangenehm eingestuften Decken. Der in KREUZINGER/MOHR [14] vorgeschlagene 1/3 Grenzwert wurde nur bei manchen Rohkonstruktionen überschritten, bei Decken mit üblichen Aufbauten nicht.

Aufgrund dieser Erfahrung kann gesagt werden, dass der Nachweis der Geschwindigkeit bei BSP-Decken mit „üblichem“ Schallschutzaufbau nicht maßgebend wird. Vereinfachend kann man sich deshalb auf die Nachweise Eigenfrequenz und Steifigkeit beschränken.

Werden Decken nachgiebig auf Unterzügen gelagert, ist dies bei der Nachweisführung zu berücksichtigen, indem die Eigenfrequenz und die Durchbiegung für das Gesamtsystem ermittelt werden.

Für Decken unter Räumen, die für rhythmische Bewegungen genutzt werden, wie z. B. Tanz- oder Gymnastikräume oder Turnhallen, sollten genauere Untersuchungen durchgeführt werden, die nicht Gegenstand dieser Veröffentlichung sind.

Referenzen

[1], [2]

Hier liegen noch keine ausreichenden Untersuchungsergebnisse vor, da bisher nur eine BSP-Decke mit Trockenestrichaufbau im Labor untersucht wurde. Die Übertragbarkeit der Ergebnisse auf in situ-Decken ist noch nicht geklärt.